

轮胎转动惯量的有限元计算方法

陈振艺

(双钱集团上海轮胎研究所有限公司, 上海 200245)

摘要:分析轮胎转动惯量的有限元计算方法。轮胎转动惯量的有限元计算方法方便,编程难度适中,涉及单元转动惯量的计算、帘线单元密度的处理和花纹沟部分的处理。通过单元体积、质心位置和密度等参数可以计算出各单元以及整个轮胎的转动惯量。开发的有限元方法计算轮胎转动惯量软件应包括界面显示、用户数据输入、数据文件处理、转动惯量计算和计算结果输出等功能。用有限元方法计算轮胎转动惯量可以降低计算的复杂性,保证计算的准确性,并降低数据输入量。

关键词:轮胎;转动惯量;有限元计算;体积;质心;密度

中图分类号:TQ336.1⁺1;O242.21

文献标志码:A

文章编号:2095-5448(2016)11-21-04

轮胎是汽车的重要组成部分,轮胎性能与汽车整体性能密切相关,因此越来越多的汽车企业要求轮胎企业尽可能多地提供轮胎性能指标,其中包括与汽车启动、加速和制动性能密切相关的轮胎转动惯量。

目前我国还没有方便、有效测试轮胎转动惯量的设备和方法,需要通过计算获得轮胎的转动惯量。由于轮胎各个部件形状不规则,估算精度不高,而目前广泛使用的有限元分析软件(如Abaqus等)也没有便于计算轮胎转动惯量的功能,所以需要开发专用软件计算轮胎转动惯量。

1 现有计算方法

目前可以检索到的轮胎转动惯量计算方法有如下3种^[1-3]。

采用有限元方法,也就是利用轮胎性能有限元分析得到的单元信息,通过编程计算各个单元的转动惯量来计算整个轮胎的转动惯量^[1]。但该方法只涉及到了单元体积的计算方法,对如何计算单元质心以及如何处理可变帘线单元密度问题并未提及。

利用UG三维软件强大的实体分析功能来获取轮胎各个部件的体积和转动惯量数据,并利用

对UG三维软件的二次开发来自动获取相关数据,得到整个轮胎的转动惯量^[2]。该方法只需输入各个部件的质量,不用计算体积、质心和密度等。该方法简单,编程工作量小,缺点是需要对整个轮胎进行三维建模,而不只是对花纹三维建模,这增加了很多工作量,并无法处理可变帘线单元密度问题。

采用将一个不规则形状物体积分解成多个规则形状物体积之和的方法来计算各个部件的转动惯量^[3]。该方法的优点是避免了不规则形状部件质心的计算,计算精度高;缺点是计算方法复杂,编程复杂,也无法处理可变帘线单元密度问题,而且只适用于无花纹的光面轮胎。

2 计算方法确定

对比以上3种轮胎转动惯量的计算方法,有限元方法最方便,且编程难度适中,但主要需要解决3个问题:单元转动惯量的计算、帘线单元密度的处理和花纹沟部分的处理。本研究确定采用有限元方法计算轮胎转动惯量。

2.1 单元转动惯量的计算

转动惯量的计算公式很简单,一个质点的转动惯量(J_0)计算公式见式(1)。

$$J_0 = m_0 r_0^2 \quad (1)$$

式中, m_0 为质点质量, r_0 为质点到转动轴的距离。如果一个物体的质量是连续分布的,则这个物体的转

作者简介:陈振艺(1961—),男,上海人,双钱集团上海轮胎研究所有限公司教授级高级工程师,学士,从事轮胎花纹三维造型和应用软件开发工作。

动惯量(J)计算公式见式(2)。

$$J = \int_V \rho r^2 dV \quad (2)$$

式中, ρ 为物体密度, r 为物体到转动轴的距离, V 为物体体积。如果一个单元内的材料密度是均匀的,且单元的形状基本上是规则的,那么对一个单元来说,式(2)计算并不复杂。整个轮胎的转动惯量则等于各个单元转动惯量的总和。

对轮胎而言,单元可以分为3种类型,胎面单元、除胎面以外的其他纯橡胶单元和帘线单元。胎面单元涉及花纹沟,因此无法在空间上形成连续圆环,需要单个计算,计算量较大;而其他纯橡胶单元和帘线单元可以形成圆环,计算量较小。帘线单元涉及到密度处理问题,计算步骤比纯橡胶单元多。

对于一个矩形的平面单元来说,如果可以形成一个圆环,那么这个圆环的转动惯量(J_c)计算非常简单,根据式(2)可以得到式(3)。

$$J_c = m_c (r_1^2 + r_2^2) / 2 \quad (3)$$

式中, m_c 为整个圆环的质量, r_1 和 r_2 分别为圆环的内、外半径,各参数如图1所示。

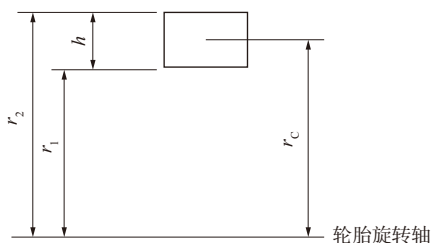


图1 圆环转动惯量计算参数示意

J_c 的近似计算公式如下:

$$J_c = m_c r_c^2 = V_c \rho_c r_c^2 = 2\pi r_c S_c \rho_c r_c^2 = 2\pi S_c \rho_c r_c^3 \quad (4)$$

式中, r_c 为平面单元质心到轮胎旋转轴的距离,即 r_1 和 r_2 的平均值, V_c 为圆环体积, ρ_c 为平面单元密度, S_c 为平面单元面积。

式(3)和(4)的计算结果差异取决于平面单元高度(h)与 r_c 的比值,比值越大,差异也越大。当 r_c 为200时,如果 h 为4,则差异为0.01%;如果 h 为6,差异为0.1%;如果 h 为10,差异为0.25%。因此当 h 不太大时,式(4)的计算精度是令人满意的。

对于矩形单元式(4)的优势并不明显,但对于任意四边形或者三角形的平面单元,式(4)就显示出明显的优势。只要求出平面单元的面积和质

心位置,就能求出圆环的体积,再根据密度就能计算出转动惯量。如果要获得更高的计算精度,可以把一个单元划分成若干个三角形或者四边形,再分别计算后求和即可。

假定三角形的3个顶点坐标分别为 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 和 (x_3, y_3) ,那么三角形面积(S_A)计算公式见式(5)。

$$S_A = (x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_1 y_3 - x_2 y_1 - x_3 y_2) / 2 \quad (5)$$

对密度均匀的三角形来说,质心位置(x_0, y_0)也就是重心位置,计算公式见式(6)和(7)。

$$x_0 = (x_1 + x_2 + x_3) / 3 \quad (6)$$

$$y_0 = (y_1 + y_2 + y_3) / 3 \quad (7)$$

假定四边形的4个顶点坐标分别为 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 和 (x_4, y_4) ,用两条对角线将四边形划分为4个三角形,分别求出4个三角形的面积 S_1, S_2, S_3 和 S_4 ,以及4个三角形的质心位置 (u_1, v_1) , (u_2, v_2) , (u_3, v_3) 和 (u_4, v_4) ,那么四边形的面积(S_B)和质心位置(x_{00}, y_{00})计算公式见式(8)~(10)。

$$S_B = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \quad (8)$$

$$x_{00} = (u_1 S_1 + u_2 S_2 + u_3 S_3 + u_4 S_4) / S_B \quad (9)$$

$$y_{00} = (v_1 S_1 + v_2 S_2 + v_3 S_3 + v_4 S_4) / S_B \quad (10)$$

因此,对于除胎面以外的其他纯橡胶轮胎部件来说,只要处理一个轮胎断面上的平面单元数据,就能计算出该部件的转动惯量,可以不涉及该部件沿轮胎圆周方向的单元划分信息。

2.2 帘线单元密度的处理

纯橡胶单元的密度是固定的,通常从数据文件中读取即可,而帘线单元的密度则要另行处理。除钢丝圈单元外,其他帘线单元有两种处理方法。第1种方法是将帘线单元看作密度均匀的单元,根据帘线的直径、排列密度和密度,以及帘线夹胶的密度计算出平均密度,再计算转动惯量。第2种方法是沿着帘线的排列方向将帘线单元划分成3层,上下两层为纯橡胶,中间层为帘线和橡胶,厚度与帘线直径相同,然后分别计算转动惯量。无论是哪种处理方法,都需要计算密度。

第1种方法中帘线单元的平均密度是动态的,即使帘线规格和排列密度保持不变,轮胎规格不同,因帘布厚度不同其平均密度也会变化。因此在计算时要额外计算单元厚度,即使同一个轮胎部件的单元厚度也会有所不同,其平均密度也不

同。第2种方法中间层的密度是固定的,只要根据帘线的直径、排列密度和密度,以及帘线夹胶的密度计算1次就可以了,但是将1个单元划分成3层,前处理工作量会增加,只是计算精度从理论上说比第1种方法要高。

钢丝圈单元的处理与第1种方法类似,需要根据钢丝直径、钢丝排列方式和夹胶厚度计算出平均密度。

同样,对于含帘线部件来说,只要处理一个轮胎断面上的平面单元数据,就能计算出该部件的转动惯量,可以不涉及该部件沿轮胎圆周方向的单元划分信息。

2.3 花纹沟部分的处理

胎面单元的处理也分为两种情况:一是单元划分时已经包含花纹沟信息,二是不包含花纹沟信息。如果单元划分时已经包含了花纹沟信息,那就涉及到沿轮胎圆周方向的胎面单元划分信息,也就是必须逐个计算胎面单元的转动惯量(J_i),近似计算公式见式(11)。

$$J_i = m_i r_i^2 = V_i \rho_i r_i^2 \quad (11)$$

式中, m_i 为胎面单元质量, r_i 为胎面单元到轮胎旋转轴的距离, ρ_i 为胎面单元密度, V_i 为胎面单元体积。胎面单元大部分为六面体,还有少量五面体,按轮胎各个单元的通用划分方法,这些六面体和五面体基本上都是规则的。也就是说总是存在两个面,这两个面延长的相交线就是轮胎的旋转轴,并且绝大部分情况下这两个面的形状和尺寸基本相同,接近平行,如图2所示的面1和2。

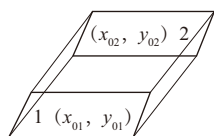


图2 胎面六面体单元体积计算参数示意

六面体单元的 V_i 近似计算公式见式(12)。

$$V_i = H(S_{i1} + S_{i2})/2 \quad (12)$$

式中, S_{i1} 和 S_{i2} 分别为面1和2的面积, H 是面1质心 (x_{01}, y_{01}) 到面2质心 (x_{02}, y_{02}) 的距离,而六面体单

元的 r_i 就等于面1和2的质心到轮胎旋转轴距离的平均值。

五面体单元的体积计算方法与六面体类似。如果面1和2的形状或者尺寸相差较大,可以将单元沿轮胎圆周方向划分成若干个小单元分别计算,以提高 V_i 和 r_i 的计算精度。

如果单元划分时不包含花纹沟信息,也就是当作光面轮胎来划分单元网格,那么胎面单元的转动惯量计算方法与其他纯橡胶单元的计算方法一样,只需要最后减掉花纹沟部分的转动惯量。由于单元划分时不包含花纹沟信息,因此花纹沟的转动惯量计算是很困难的,通常需要用户自行计算,或者由计算软件根据用户输入的数据进行估算。计算花纹沟转动惯量的方法有多种,计算精度各不相同。例如可以只输入花纹的饱和度、花纹沟的平均宽度和平均深度,就能计算出花纹沟的转动惯量。但由于横向花纹沟和纵向花纹沟的形状、宽度、深度、倾角、长度和数量等有差异,因此这种方法很难精确得到花纹沟平均宽度和平均深度数值,由此得到的花纹沟转动惯量的计算值精度不高。也可以根据花纹沟形状和尺寸不同将花纹沟分为若干类,由用户分别计算这些花纹沟的等效长度,然后将各个类型花纹沟的宽度、深度、等效长度和数量等输入计算软件中,即可得到所有花纹沟的转动惯量,且计算值精度有所提高。

3 计算软件的开发

转动惯量的计算过程并不复杂,编程工作量也不大。开发的有限元方法计算轮胎转动惯量软件应包括界面显示、用户数据输入、数据文件处理、转动惯量计算和计算结果输出等功能,软件的调试和修改为开发的主要内容。

界面设计主要考虑便于参数的输入和输出,以及方便软件各种功能的使用。对于参数输入,应尽量减少输入参数的数量,用数据文件替代参数输入。轮胎有限元分析前后处理会产生许多数据文件,包含大量计算转动惯量所需的数据和信息,充分利用这些数据文件可以减少用户输入参数数量。确实需要输入参数时,也应尽量提供参数默认值和选项,也就是说,尽量用鼠标点击替代键盘输入。

在数据文件处理设计时,要注意对数据格式的检查,以及对读取到的数据进行检查,判断其数值是否处在合理范围内,这样有助于判断数据文件是否有误。如果要处理多个数据文件,要注意检查这些文件的匹配性,例如有些参数可能在不同的数据文件中都出现,通过对比这些参数,就可以判断这些数据文件是否匹配,防止使用错误的文件。同时,在处理数据文件时要考虑效率和技巧,尽量读取一遍就能分离出所有需要的数据,避免反复读取数据文件,节省读取数据的时间。

总的来看,转动惯量的计算方法比较明确。相对而言,将一个立体单元划分成几个小立体单元,并计算出这些小立体单元的顶点坐标的方法比较繁琐;同样当帘线单元的厚度不一致时,计算帘线单元的厚度以及密度的方法也比较繁琐。在计算转动惯量时,还可以顺便计算一些其他参数,例如轮胎的外直径、断面宽、体积和质量等,当单元划分包含花纹沟信息时,可以顺便计算出所有花纹沟的体积,这可能对用户有参考价值。

除了输出整个轮胎的转动惯量外,还可以输出一些辅助信息,例如整个轮胎的体积和质量,各部件的转动惯量、体积和质量等,供用户参考。另外还可以列出从数据文件中获得、或者用户自行输

入的一些主要数据,例如一个断面的单元和节点数量、整个轮胎的单元数量、各个部件的密度(特别是通过计算得到的帘线单元平均密度)等,这些参数除了可以提供给用户参考以外,还可以帮助用户判断计算结果是否合理、数据文件或者用户输入的数值是否正确等。

4 结语

由于轮胎各个部件形状的不规则性,用有限元方法计算轮胎转动惯量,既可以明显降低计算的复杂性,也有效保证了计算的准确性,同时还可以充分利用轮胎性能有限元分析前后处理产生的数据文件,大幅降低计算转动惯量所需的数据输入量。

参考文献:

- [1] 冯希金, 同福江, 单国玲. 有限元方法在轮胎转动惯量和胶部件体积计算中的应用[J]. 轮胎工业, 2005, 25(12): 707-710.
- [2] 黄炽强, 魏静勋, 罗吉良. UG/NX 8.0二次开发计算汽车轮胎的转动惯量[J]. 中国橡胶, 2013, 29(11): 42-44.
- [3] 粟定华, 傅云翠. 也说轮胎转动惯量的计算[J]. 现代橡胶技术, 2010, 36(5): 20-23.

收稿日期: 2016-07-16

Finite Element Calculation Method of the Moment of Inertia of Tire

CHEN Zhenyi

(Double Coin Group Shanghai Tyre Research Institute Co., Ltd., Shanghai 200245, China)

Abstract: The finite element method for calculation of the moment of inertia of the tire is analyzed. The FE calculation method is convenient with moderate programming difficulty, and includes the calculation of unit moment of inertia, processing of cord unit density and treatment of groove part. The moment of inertia of each element and the whole tire can be calculated from the parameters such as cell volume, centroid position and density. The calculation software should include interface, user data input, data file processing, calculation of moment of inertia and output of results. Using the FE method to calculate the tire inertia can reduce the complexity of the calculation, ensure the accuracy and reduce the workload of data input.

Key words: tire; moment of inertia; finite element calculation; volume; centroid; density

欢迎参加第13届全国橡胶助剂生产和应用技术研讨会
征文活动