

# 橡胶材料单轴拉伸疲劳寿命预测的有限元分析

李凡珠, 刘金朋, 杨海波\*, 卢咏来, 张立群

(北京化工大学 有机无机复合材料国家重点实验室, 北京 100029)

**摘要:** 应用 Abaqus/CAE 有限元分析软件模拟哑铃形橡胶试样在单轴拉伸载荷下的 Mises 应力和拉格朗日应变分布, 提取节点处的数据作为原始数据, 导入 Matlab 二次开发的橡胶疲劳寿命计算程序, 得到材料各个节点的疲劳寿命, 再利用 Python 语言将计算结果导回 Abaqus/Visualization 模块, 得到橡胶材料疲劳寿命云图。分析结果与相关试验数据基本相符。

**关键词:** 橡胶材料; 疲劳寿命; 预测; 有限元分析

中图分类号: TQ330.7; O241.82 文献标志码: A

文章编号: 1000-890X(2015)07-0439-04

橡胶在承受较大变形作用时不易发生永久变形或断裂, 使其成为众多场合下的理想材料, 包括轮胎、振动隔离器、密封圈、结构轴承、冲击缓冲器和鞋类等。这些制品通常承受动态载荷, 因此橡胶材料的长期耐久性能分析成为研究热点。机械疲劳即橡胶中裂纹的成核与增长通常被认为是影响其耐久性能的主要因素。

随着预测应力应变历程的有限元仿真软件的发展, 机械疲劳的建模分析问题已经得到部分解决<sup>[1-2]</sup>, 2000 年以后, 橡胶疲劳寿命预测的有限元分析取得了较大的突破, 其中, W. V. Mars 等的研究较为系统全面<sup>[3-10]</sup>, 并开发了基于撕裂能密度方法的第 1 个橡胶耐疲劳性能测试软件 Endurica。但此软件仍处于优化阶段, 核心算法对外保密。国内有关橡胶疲劳寿命有限元分析的研究也鲜有报道。

本工作以哑铃形橡胶试样为建模对象, 应用 Abaqus/CAE 有限元分析软件以及二次开发的橡胶疲劳寿命计算的程序算法, 模拟试样在单轴载荷下的使用寿命, 以期为橡胶材料/制品的耐久性能和安全性分析提供参考。

## 1 有限元模型的建立

哑铃形橡胶试样建模的形状尺寸参考文献

**作者简介:** 李凡珠(1989—), 男, 江苏丰县人, 北京化工大学在读博士研究生, 主要从事弹性体材料疲劳性能分析。

[11]。由于模型比较简单, 可直接在 Abaqus/CAE 中依次进行建立几何模型、赋予材料参数、建立装配体、建立分析步、施加载荷和划分网格等操作。哑铃形试样采用轴对称模型, 其平面图以及旋转的三维图如图 1 所示。材料模型选用 Mooney-Rivlin 超弹性本构模型, 其中材料参数  $C_{10}$  为 0.289 7 MPa,  $C_{01}$  为 0.059 9 MPa; 承受单轴拉伸交变载荷, 试样一端固定, 一端受到 y 方向的位移载荷; 整个模型包含 373 个单元(CAX4H), 428 个节点。

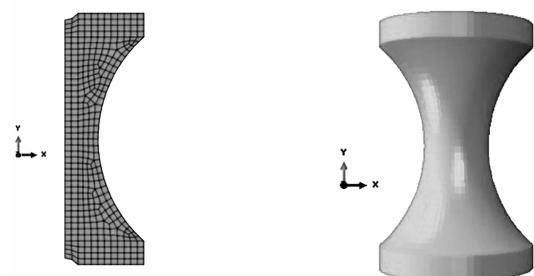


图 1 哑铃形橡胶试样模型

## 2 橡胶疲劳理论和疲劳寿命计算方法

### 2.1 橡胶疲劳理论

橡胶材料的裂纹成核与增长的机理相同<sup>[12]</sup>, 因此可以将裂纹扩展数据用于预测橡胶材料裂纹成核与扩展的总寿命。

本研究疲劳算法基于裂纹扩展速率-撕裂能曲线<sup>[13]</sup>, 该曲线分 4 个区域, 每个区域裂纹扩展行为不同, 二者之间函数关系亦不同, 如图 2 所示。

\* 通信联系人

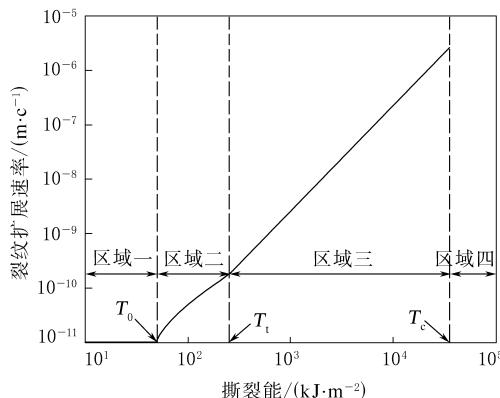


图 2 橡胶裂纹增长速率与能量释放率曲线

$$\text{区域一} \quad \frac{da}{dN} = r_0 \quad T_0 \leq T$$

$$\text{区域二} \quad \frac{da}{dN} = A(T - T_0) + r_0 \quad T_0 \leq T \leq T_1$$

$$\text{区域三} \quad \frac{da}{dN} = r_c (T/T_c)^F + r_0 \quad T_1 \leq T \leq T_c$$

$$\text{区域四} \quad \frac{da}{dN} = r_c \quad T_c \leq T$$

式中  $da/dN$ ——裂纹扩展速率,  $\text{m} \cdot \text{c}^{-1}$ ;

$T_0, T_1, T_c$ ——分别为撕裂能门槛值、转换值和临界值,  $\text{J} \cdot \text{m}^{-2}$ ;

$r_0, r_c$ ——分别为氧气或臭氧导致的老化裂纹扩展速率和临界裂纹扩展速率,  $\text{m} \cdot \text{c}^{-1}$ ;

$A, F$ ——与材料相关的疲劳参数。

上述各个参数可以通过试验或查阅相关文献获取。撕裂能( $T$ )的计算公式与试样的受力方式和形状有关,对于单轴拉伸试样,  $T$  的表达式如下:

$$T = CW_c(\epsilon, \theta)a$$

$$W_c(\varphi, \theta, t) = \mathbf{r}^T \left( \int_0^\epsilon \boldsymbol{\sigma} d\boldsymbol{\epsilon} \right) \mathbf{r}$$

式中  $C$ ——系数,取  $2\pi$ ;

$a$ ——裂纹长度;

$W_c$ ——撕裂能密度,与裂纹尺寸无关,与受力方式有关;

$r$ ——与取向角度有关的列向量;

$\varphi, \theta$ ——用来表示裂纹扩展平面的取向方向,对于二维问题只需一个角度表征;

$\sigma, \epsilon$ ——试样的应力和应变张量,可通过

Abaqus 有限元软件计算并提取出来。

$W_c$  的具体计算方法可参考文献[4]和[6]。

## 2.2 疲劳寿命计算方法

疲劳寿命计算流程如图 3 所示,流程核心在于程序的二次开发。

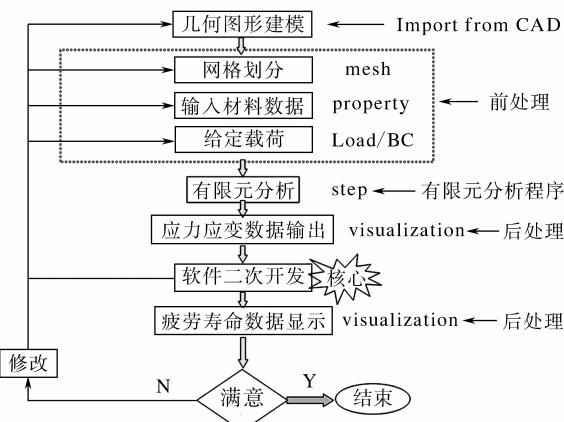


图 3 橡胶疲劳寿命的有限元分析流程

材料节点寿命计算过程如下:首先确定材料初始裂纹尺寸以及最终破坏尺寸,然后在每一次加载后确定此次加载的撕裂能以及对应的裂纹扩展速率,计算此次加载结束后的裂纹长度,如此循环,直至达到规定的破坏尺寸,即线性累加裂纹扩展速率模型。至此材料各个节点的疲劳寿命计算结束。

将计算结果通过 Python 语言生成 Abaqus 的结果文件<sup>[14]</sup>,即可获取材料疲劳寿命的分布云图。

## 3 橡胶试样模型的分析结果

### 3.1 试样负载变形

橡胶试样位移分量的分布云图如图 4 所示。由图 4 可见:试样在 U2 方向(即  $y$  方向)位移最大值为 38.76 mm,处于试样最上方,最小位移为零,处于试样最下方;由于橡胶材料的近乎不可压缩性,  $x$  方向的位移为负值。

### 3.2 试样对数应变和 Mises 应力分布

橡胶试样在拉伸至最大位移处的对数应变和 Mises 应力分布如图 5 所示。二者的分布图具有致性,这是由材料的本构关系决定的。由图 5 可见,试样中部承受的应变和应力最大,最大应变

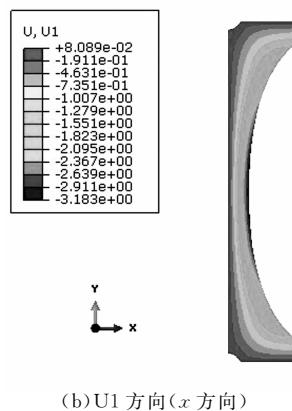
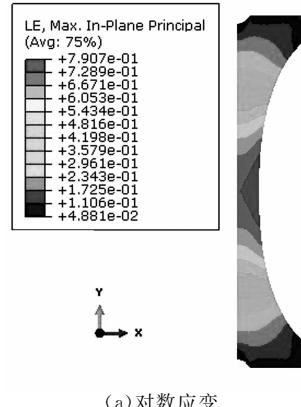
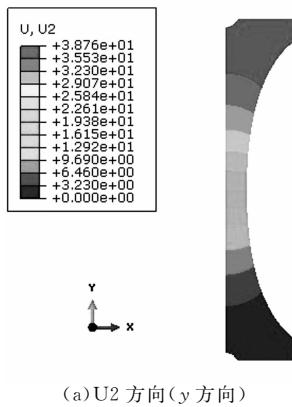


图 4 橡胶试样位移分量的分布云图

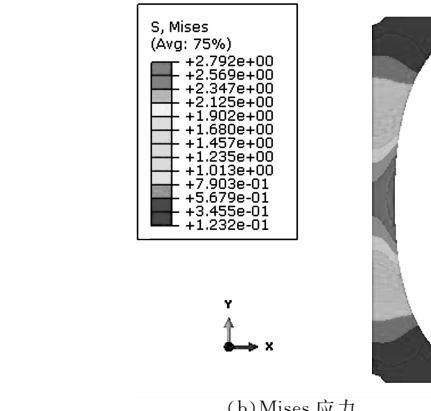
接近 0.8, 最大应力接近 2.8 MPa。应力应变分布大致可以判断材料最易受到破坏的位置, 但却不能定量地描述每一点对应的疲劳寿命。

### 3.3 试样疲劳寿命分布

根据开发的疲劳寿命计算方法, 导入 Abaqus 分析得到的应力和应变数据, 得到试样每一节点处的疲劳寿命。由于各点疲劳寿命差别较大, 因此宜采用其对数值表示。橡胶试样疲劳寿命对数值的分布云图如图 6 所示。由图 6 可见: 橡胶试样寿命最大值为 9 440 万次, 对应 11 号节点; 寿命最小值为 84 139 次, 对应 92 号节点。寿命最大值意义不大, 研究中比较关注的是寿命最小值, 其对应整个材料的使用寿命。本算法预测出该橡胶试样在相应载荷下的寿命为 84 139 次, 与参考文献[11]中所报道的试验值 80 000~90 000 次较为接近, 说明此算法对于分析橡胶材料的疲劳寿命是有效的。

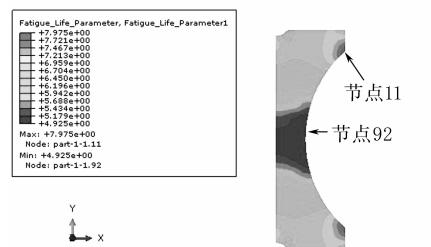
## 4 结语

以哑铃形橡胶试样为例, 采用 Abaqus/CAE



(b) Mises 应力

图 5 橡胶试样拉格朗日应变和 Mises 应力的分布云图



(a) 疲劳寿命对数值截面

(b) 旋转成三维图

图 6 橡胶试样疲劳寿命对数值的分布云图

软件以及二次开发的疲劳寿命算法程序对橡胶试样在交变位移载荷下的疲劳寿命进行模拟, 分析结果与相关试验数据基本相符。本研究可为橡胶材料的前期耐久性能和安全性设计提供参考, 节约试验成本, 提高分析效率。

## 参考文献:

- [1] White L. Extreme Oilfield Conditions Push Elastomers to the Limit[J]. European Rubber Journal, 1999, 181(1): 24-27.
- [2] Nicholson D W, Nelson N W. Finite-element Analysis in Design with Rubber[J]. Rubber Chemistry and Technology,

- 1990, 63(3): 368-406.
- [3] Mars W V, Fatemi A. Fatigue Crack Nucleation and Growth in Filled Natural Rubber[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2003, 26(9): 779-789.
- [4] Mars W V. Multiaxial Fatigue Crack Initiation in Rubber[J]. *Tire Science and Technology*, 2001, 29(3): 171-185.
- [5] Mars W V, Fatemi A. A Phenomenological Model for the Effect of R Ratio on Fatigue of Strain Crystallizing Rubbers [J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 2003, 76(5): 1241-1258.
- [6] Mars W V. Cracking Energy Density as a Predictor of Fatigue Life under Multiaxial Conditions[J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 2002, 75(1): 1-17.
- [7] Mars W V, Fatemi A. Multiaxial Fatigue of Rubber. Part I. Equivalence Criteria and Theoretical Aspects[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2005, 28(6): 515-522.
- [8] Mars W V, Fatemi A. Multiaxial Fatigue of Rubber. Part II. Experimental Observations and Life Predictions[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2005, 28(6): 523-538.
- [9] Harbour R J, Fatemi A, Mars W V. Fatigue Crack Growth of Filled Rubber under Constant and Variable Amplitude Loading Conditions[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2007, 30(7): 640-652.
- [10] Mars W V. Analysis of Stiffness Variations in Context of Strain-, Stress-and Energy-controlled Processes[J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 2011, 84(2): 178-186.
- [11] 上官文斌, 王小莉, 叶必军, 等. 应变比对填充天然橡胶疲劳特性影响的试验及其寿命预测方法研究[J]. *机械工程学报*, 2013, 49(8): 49-56.
- [12] Gent A, Lindley P, Thomas A. Cut Growth and Fatigue of Rubbers. I. The Relationship between Cut Growth and Fatigue[J]. *Journal of Applied Polymer Science*, 1964, 8(1): 455-466.
- [13] Lake G, Lindley P. The Mechanical Fatigue Limit for Rubber[J]. *Journal of Applied Polymer Science*, 1965, 9(4): 1233-1251.
- [14] 曹金凤, 王旭春, 孔亮. Python 语言在 Abaqus 中的应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2011: 225-226.

收稿日期: 2015-01-08

## Finite Element Analysis on Fatigue Life Prediction for Rubber Material under Uniaxial Tension

LI Fan-zhu, LIU Jin-peng, YANG Hai-bo, LU Yong-lai, ZHANG Li-qun  
(Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

**Abstract:** The Mises stress and Lagrange strain distribution of a dumbbell specimen of rubber material under uniaxial tension loading were simulated by Abaqus/CAE finite element analysis software, and the stress and strain data at every node were extracted and imported to Matlab. The fatigue life of rubber materials at each node was obtained using a secondary development calculation program. The calculation results were imported into Abaqus/Visualization module by using Python language, and then the rubber fatigue life chart was acquired. The analysis results were consistent with the experimental test data.

**Key words:** rubber material; fatigue life; prediction; finite element analysis

### 一种碳纳米管填充天然橡胶复合材料 室温硫化制备方法

中图分类号: TQ332; TQ330.38<sup>+</sup>3 文献标志码:D

由青岛科技大学申请的专利(公开号 CN 103554563A, 公开日期 2014-02-05)“一种碳纳米管填充天然橡胶复合材料室温硫化制备方法”, 涉及的材料配方为: 天然橡胶(NR) 100, 碳纳米管 8, 氧化锌 5, 硬脂酸 2, 防老剂 RD 1, 硫黄 3, 促进剂 ZDC 1, 促进剂黄原酸钾 1。其

制备工艺步骤为:(1)将 NR 和碳纳米管分别溶于溶剂, 搅拌、超声使其分散均匀;(2)将上述 2 种溶液混合均匀;(3)用溶剂溶解橡胶助剂并超声分散, 混合均匀, 再加入到 NR 和碳纳米管混合溶液中;(4)在真空干燥箱内对分散均匀的混合溶液进行真空除泡;(5)在室温下干燥制得产品。该发明在室温下即可制得 NR/碳纳米管复合材料, 具有设备简单、生产过程中无高温高压、操作容易的特点。

(本刊编辑部 赵 敏)