

橡胶弯管挤出成型规律及应用数学模型

何 红

(北京化工大学 100029)

摘要 对橡胶弯管挤出成型规律进行了实验和理论研究并得出了应用数学模型。把偏心圆环柱域当作平行平板处理能够反映出弯管的弯曲半径与机头几何参数和物料流变参数间的应变趋势,经实验修正后的修正公式可以正确地描述它们之间的定量关系,并可作为进行计算机控制的数学模型;对于幂律流体在偏心圆环柱域中心轴向层流流动,选用双圆柱坐标进行了有限差分法数值计算,得到的弯曲半径数值计算值与实验值基本吻合。

关键词 橡胶弯管, 挤出, 成型, 平板模型, 弯曲半径, 速比

橡胶弯管是汽车上一种比较重要的非金属配件,它的品种、规格较多,形状各异,有的是平面弯曲,有的是空间弯曲。目前,生产橡胶弯管的工艺多是半人工性的,劳动强度大,生产效率低。英国 Iddon 公司最先研制出了弯管挤出机头。用此设备可直接挤出弯管半成品,然后硫化得到成品。这种方法大大简化了加工工序,避免了手工劳动。此外,使用弯管挤出机头后,不必再准备芯模,更换产品规格也十分容易。这种设备现已相继在日本、韩国和澳大利亚等国得到应用^[1],并取得了很好的经济效益。

关于弯管理论,美国孟山都公司^[2]提出了弯曲原理,认为口模的偏心与弯曲半径之间存在一定的关系,但未得出具体的关系式;还对橡胶弯管的壁厚不均和弯曲应力对胶管性能的影响进行了较为深入的实验研究,结果表明,因弯曲而使壁厚变薄及产生弯曲应力增大的数值均在可以接受的范围内,能够满足使用要求。Snyder W T 和 Goldsteln G A^[3]对牛顿流体在充分发展状态下,在偏心圆环柱流道中的层流进行了全面的研究,并得出解析解。

本研究在上述研究的基础上进行了理论分析、数值求解和实验验证,并应用幂律流体在偏心圆环柱流道中流动的规律,得出了可实现计算机控制的实际应用数学模型。

1 弯管挤出成型规律的研究

1.1 挤出成型弯管的原理

胶料在挤出机螺杆末端时是一种高粘度的流体,它在机头压力的作用下,流过机头流道。胶料的这种流动可以看作是稳定的、等温的轴向层流流动。胶料流经机头口型成型为胶管后,离开机头,尔后靠胶料本身的挺性保持所成的形状。

弯曲胶管的挤出原理如图 1 所示。

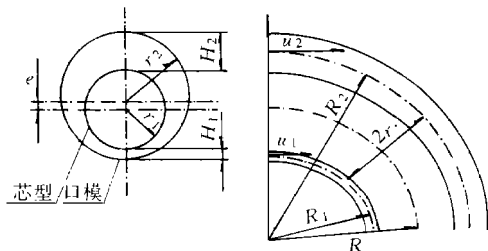


图 1 弯管挤出成型原理图

由图 1 可见,当口模与芯型之间存在一定的偏心 e (一般 $e < 2 \text{ mm}$), 则口模相对的两侧就形成最大间隙 H_2 和最小间隙 H_1 , 在宽隙处,由于流动阻力较小,因此此处胶料的平均流速 u_2 大于窄隙处胶料的平均流速

作者简介 何红,女,32岁。在职博士研究生,讲师。主要从事高分子材料加工过程及设备、挤出理论及流变学的研究。已发表论文2篇。

u_1 , 从而使通过口模挤出的胶管产生弯曲。因为偏心很小, 故弯管的平均半径 r 可近似看作口型半径 r_2 和芯型半径 r_1 的平均值, 即

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2} \tag{1}$$

宽隙和窄隙处的平均流速 u_2 和 u_1 可分别表示为 $R_2\theta_2$ 和 $R_1\theta_1$ 。其中 θ_2 和 θ_1 分别表示弯管内、外侧弯曲运动的角速度。

由于从宽隙到窄隙的变化是连续的, 因此可以作弯曲运动平面假设, 即 $\theta_2 = \theta_1$, 这样就可得到 $\frac{R_2}{R_1} = \frac{u_2}{u_1}$ 。设弯管的弯曲半径为 R , 则 $R_2 = R + r$, $R_1 = R - r$ (参见图 1)。

整理后得到弯管弯曲半径的表达式为:

$$R = \frac{\frac{u_2}{u_1} + 1}{\frac{u_2}{u_1} - 1} r \tag{2}$$

由式(2)可知, 只要有速比存在, 即 $u_2 \neq u_1$, 就会挤出弯管, 而且弯管的弯曲半径 R 的大小取决于速比 u_2/u_1 的大小。 u_2/u_1 的值越大, 弯管的弯曲半径越小, 反之, 弯曲半径越大。在实际操作中, 可以通过改变 e 值的大小和方向来控制弯管弯曲半径的大小和弯曲方向。

为了实现用计算机控制弯管的制造过程, 在理论上必须建立速比 u_2/u_1 与偏心距 e 之间的数学关系式, 为此, 必须进一步研究

偏心圆环柱域内的流动速度问题。

1.2 平板模型

在精确计算偏心圆环柱域内的流场之前, 不妨先把偏心圆环柱域内某一间隙的流动近似看作平行平板之间的流动, 即作平板模型假设。这样处理就可以用已知的平行平板间的流速计算式得到速比:

$$\frac{u_2}{u_1} = \left[\frac{H_2}{H_1} \right]^{s+1} = \left[\frac{(r_2 - r_1) + e}{(r_2 - r_1) - e} \right]^{s+1} \tag{3}$$

式中 s ——胶料的流变参数, 一般 $3 < s < 6$, $s = 1/n$, n 为物料的特性流动指数。

从式(3)可知, 只要稍稍改变偏心距 e , 速比就将产生很大的变化, 那么弯曲半径也将发生很大的变化。

以下是 3 组不同挤出机头尺寸和胶料流变性能情况下的数据, 本研究后面所得到的结果是根据这些数据得到的。

- I $r_1 = 9.5 \text{ mm}$, $r_2 = 13.5 \text{ mm}$, $n = 0.21$
 - II $r_1 = 9.5 \text{ mm}$, $r_2 = 13.5 \text{ mm}$, $n = 1$
 - III $r_1 = 18.35 \text{ mm}$, $r_2 = 22.54 \text{ mm}$, $n = 0.21$
- 用式(3)计算得到的结果如表 1 所示。

由表 1 可见, 弯管的弯曲半径 R 受机头口型的几何尺寸 r_1 和 r_2 以及物料特性流动指数 n 的影响。数据反映出偏心距与弯曲半径之间的关系。口模尺寸增大, 则曲率半径减小; 反之曲率半径增大。牛顿性加强, 曲率半径减小; 反之曲率半径增大。

表 1 平板模型计算结果

组 别	偏心距 e/mm							
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
数据 I								
u_1/u_2	1.33	1.78	2.38	3.18	4.25	5.70	7.67	10.33
R^{-1}/mm^{-1}	0.012 3	0.024 4	0.035 5	0.053 8	0.053 8	0.061 0	0.066 9	0.071 6
数据 II								
u_1/u_2	1.11	1.22	1.35	1.49	1.65	1.83	2.03	2.25
R^{-1}/mm^{-1}	0.004 5	0.008 6	0.012 9	0.017 1	0.021 3	0.029 3	0.029 6	0.033 4
数据 III								
u_1/u_2	1.32	1.73	2.28	3.01	3.98	5.26	6.98	9.27
R^{-1}/mm^{-1}	0.006 8	0.013 1	0.019 1	0.024 5	0.029 3	0.032 8	0.036 7	0.039 4

以上是作平板模型假设后计算得到的结果,而实际流道的形状是偏心圆环柱,因此为了验证这种近似计算的精确度,还有必要对偏心圆环柱流道进行更精确的计算。

1.3 数值计算结果

对于牛顿流体,动量方程有解析解^[3]。将解析解整理成速比形式:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} u_{i,0}}{\sum_{i=1}^{n+1} u_{i,n}} \cdot \frac{n+1}{n+1} \tag{4}$$

对于非牛顿流体,只能有数值解。本研究利用双圆柱坐标,将直角坐标下的动量方程变换为双圆柱坐标下的形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \beta^2} = \frac{c dp}{\mu dz} \frac{1}{(\operatorname{ch} \alpha - \cos \beta)^2} \\ u|_{\alpha=\alpha_1} = u|_{\alpha=\alpha_2} = 0 \end{cases} \tag{5}$$

式中 α 和 β ——双圆柱坐标;
 c ——常数;
 α_1 和 α_2 —— r_1 和 r_2 圆周的双圆柱坐标值;
 p ——压力;
 z ——流动方向上的坐标。

通过计算机计算可得到数据Ⅱ情况下速比的解析解与数值解(数据略),经结果对比发现,牛顿流体在偏心圆环柱流道中速比的解析解与数值解计算结果吻合,说明用有限差分法计算的结果是正确的,能够满足所需的精度,因此可以用有限差分法来分析幂律流体在偏心圆环柱流道中的流动。同时还表明,平板模型能反映出弯管半径与几何尺寸及物料参数之间的变化趋势。

幂律流体数值计算和平板模型假设得到的速比及流量数据如表 2 所示(按数据 I)。

2 实验验证

2.1 实验

(1)短纤维胶料流变参数的测定

表 2 幂律流体平板模型与数值计算
所得的速比和流量

项 目	偏心距 e/mm						
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
u_2/u_1 (平板值)	1.33	1.78	2.38	3.18	4.25	5.70	7.67
u_2/u_1 (数值值)	1.07	1.13	1.21	1.29	1.37	1.43	1.56
流量 $Q \times 10^8/$ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	1.41	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.35

用孟山都流变仪(毛细管半径 1.5 mm,长径比 20)分别在 100 和 90℃下对短纤维胶料流变性能进行测量,结果如表 3 所示。

表 3 短纤维胶料流变数据

温度/℃	流动特性指数 n	$m/(\text{Pa} \cdot \text{s}^n)$
90	0.19	1.58×10^5
100	0.21	1.15×10^5

注: m 为胶料的一种流变参数。

(2)实验装置图

实验用挤出机头的结构如图 2 所示。

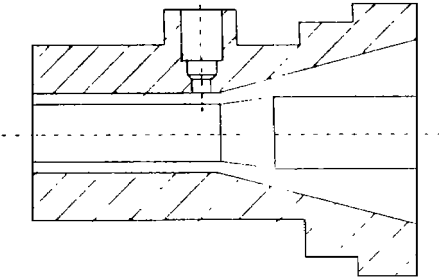


图 2 弯管挤出机头结构

(3)实验条件

机头温度为 95~110℃,螺杆转速分别为 16, 20 和 25 $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$,在某一转速下,调定一偏心距,挤出,然后由小到大调整偏心距,分别在不同偏心距下挤出,然后改变螺杆转速重复上述过程。在 3 种转速下挤出弯管,弯管切断后迅速放入水浴中冷却定型,定型后测定弯管的弯曲半径。

2.2 计算结果与实验结果的比较

按上述方法实验测得的数据如图 3 所示(3 种不同转速下所测得的结果相近,即螺杆转速对胶管半径的影响不大,故只列出一个转速下的情况)。

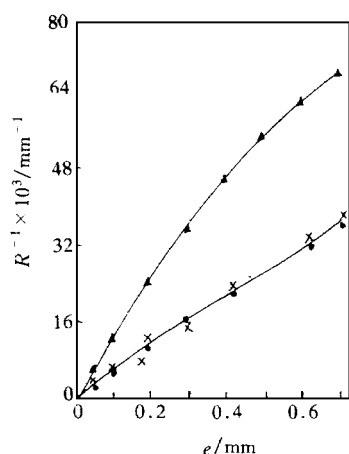


图 3 平板模型计算、数值计算和实验数据比较

▲—平板模型;●—数值计算;×—实验数据

从图 3 可见,幂律流体在偏心流道中数值计算结果与实验结果基本吻合,二者不能完全吻合是因为挤出温度可能略有波动(最后挤出弯管时的温度略低于开始挤出时的温度),另外,偏心以及弯管弯曲半径等测量误差也影响到实验结果的精度。此结果说明用数值求解机头中幂律流体在偏心流道中流动的方法是正确的。

由前面对弯管机头的流场求解可知, $u = f(\alpha, \beta, r_1, r_2, e, dp/dz, n, \mu)$ 。对于一定几何尺寸的机头,它挤出弯管的弯曲半径受流道宽窄两边速度分布的影响,即受速比 u_1/u_2 的影响,这样的速比与 $e, n, dp/dz$ 和 μ 是相关的,而平板模型不能全部反映出上述的因素,因为平板模型只考虑宽、窄隙处的一点,而忽略了口模其它点的影响,简单地把宽、窄两边看作平行平板处理而得到的。从图 3 还可知,平板模型计算结果与实验结果之间存在一定的偏差。正是因为如此,平板模型需要加以修正。将平板模型与实验结果加以比较,得到在 $105\text{ }^{\circ}\text{C}$ 下的平板模型修正公式:

$$\frac{u_1}{u_2} = \left[\frac{(r_2 - r_1) + e}{(r_2 - r_1) - e} \right]^{(s+1)\delta} \quad (6)$$

在 $105\text{ }^{\circ}\text{C}$ 和 $s=4.76$ 附近时, $\delta=0.46$ 。
用公式(6)计算所得结果与实验结果之

间的偏差在工程允许范围内,这就为计算机控制弯管生产提供了必要的数学模型。

3 弯管挤出成型规律在计算机控制中的应用

机头口模由水平和垂直方向上的两个油缸控制,可以实现口模的平面运动。控制系统根据输入的程序发出指示信号,调整口模达到所要求的偏心。

弯管实际上是由直管段和弯管段组成,如图 4(a)所示。

为了生产这种弯管,就需要控制系统发出图 4(b)所示的控制信号。

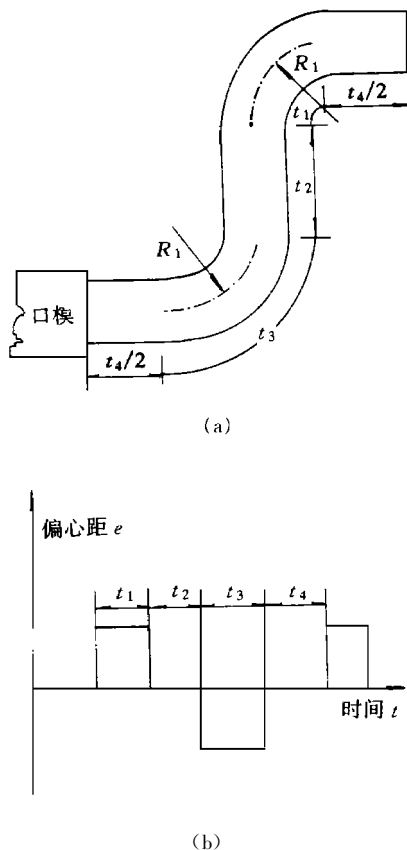


图 4 平面弯管形状及挤出控制信号

对于平面弯曲,控制参数有 2 个,即 e 和 t ;对于空间弯曲,控制参数有 3 个,为水平 e 、垂直 e 和 t 。它们是将一定的弯管半径 R 、直管长度 L 经设计好的程序换算为相应

的 e 和 t 。由公式(4)可知,在控制系统的键盘上需输入如下参数:

- 几何参数: r_1, r_2 ;
- 物性参数: n (一般取值 0.17~0.30);
- 工况: $\frac{dp}{dz}$, 挤出速度 u 和机头温度 T ;
- 弯曲半径: R ;
- 直管段长度: L 。

由以上的输入参数可得 $e-t$ 信号,实现对口模运动的控制,挤出所需制品。

4 结论

研究证明,用偏心弯管机头挤出的弯管尺寸规整,而且管壁厚度变化不大。本工作着重研究了弯管半径与机头和弯管本身的几何条件以及物料性质等的关系。结果表明,在偏心距小于 2 mm 的范围内,简单平板模型计算可以描述弯管弯曲半径的变化趋势。

实验修正的平板模型修正公式能够定量地描述弯管的弯曲半径与几何参数和物料参数间的关系。在其它条件相同的情况下,螺杆转速的改变基本上不影响弯管的弯曲半径。修正公式 $\frac{u_1}{u_2} = \left[\frac{(r_2-r_1)+e}{(r_2-r_1)-e} \right]^{(s+1)\delta}$ 为实现计算机控制弯管挤出提供了数学模型。

参考文献

- 1 Anon. Moving die extrusion process makes shaped rubber hose. British Plastics and Rubber 1989(5): 23
- 2 Goettler L A, Leib R I, Lambright A J. Short fiber reinforced hose—a new concept in production and performance. Rubber Chem. and Technol., 1979, 52: 838
- 3 Snyder W T, Goldstein G A. Analysis of fully developed laminar flow in an eccentric annulus. A. I. Ch. E. Journal, 1965, 11(3): 462

收稿日期 1998-05-23

Regularity in Extrusion of Curved Rubber Hose and Its Applied Mathematic Model

He Hong

(Beijing University of Chemical Technology 100029)

Abstract An experimental and theoretical study was made on the regularity in extrusion of curved rubber hose and an applied mathematic model was established. The relationship among the bending radius of curved rubber hose, the geometrical parameters of extruder head and the rheological parameters of compound could be reflected by regarding the eccentric annulus as parallel plates and their quantitive relationship could be correctly described by a formula modified through the experiment; a mathematic model for the computered-control in extrusion was established based on the said formula; a bicylindrical coordinate was used to calculate the axial laminar flow of power-law fluid in the eccentric annulus with finite difference method, and the calculated bending radius was basically fit to the measured one in the experiment.

Keywords curved rubber hose, extrusion, plate model, bending radius, speed ratio