

曲囊式橡胶空气弹簧的一些力学问题

罗贤光

(华南理工大学, 广州 510641)

摘要 对曲囊式橡胶空气弹簧的承载面积、承载力、容积、内压和垂直刚度进行了力学分析, 计算了胶囊经线方向断面圆弧的半个圆心角 θ 从 $80^\circ \sim 120^\circ$ 范围变化时, 橡胶空气弹簧各力学参数的数值。

关键词 橡胶空气弹簧, 承载力, 内压, 垂直刚度

曲囊式橡胶空气弹簧是目前应用较广泛的一种橡胶空气弹簧, 本文拟通过力学分析和实际计算, 对该类弹簧的几个力学问题作出剖析, 以利于对该类弹簧的力学性能进一步理解。

1 承载面积

橡胶空气弹簧的承载面积是便于计算承载力而选用的面积, 不一定等于空气弹簧支撑荷载的实际接触面积。根据橡胶空气弹簧的不同工作状态, 承载面积可表示为:

(1) 拉开状态 ($\theta < 90^\circ$) 或拉、压临界状态 ($\theta = 90^\circ$)

如图 1(a) 和 (b) 所示, 当橡胶空气弹簧处于拉开状态或拉、压临界状态时, 承载面积 A 为

$$A = \pi R_0^2 \quad (1)$$

式中 R_0 ——盖板的圆半径, cm

(2) 压合状态 ($\theta > 90^\circ$)

如图 1(c) 所示, 当橡胶空气弹簧处于压合状态时, 承载面积 A 为

$$A = \pi (R_0 - r \cos \theta)^2 = \pi R^2 \quad (2)$$

且

$$R = R_0 - r \cos \theta$$

$$r = \frac{S}{2\theta} \quad (3)$$

式中 r ——胶囊经线方向断面圆弧半径, cm;

θ ——胶囊经线方向断面圆弧的半个圆心角, ($^\circ$);

S ——胶囊经线方向断面圆弧长度, cm

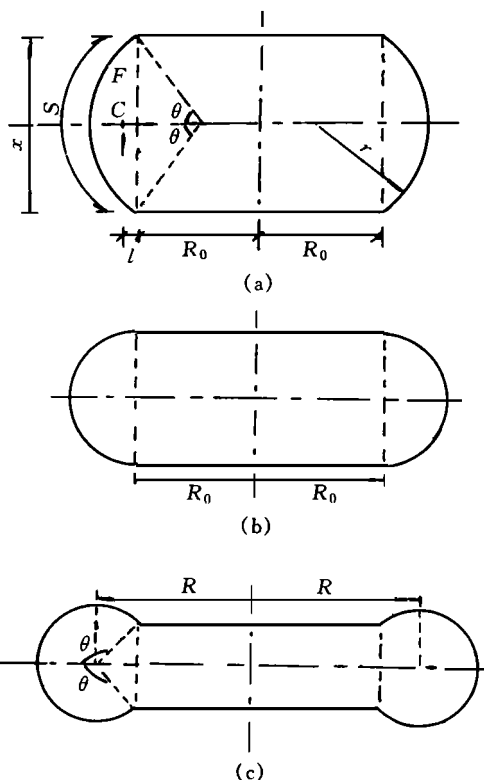


图 1 橡胶空气弹簧承载面积分析

(a) 拉开状态; (b) 临界状态; (c) 压合状态

作者简介 罗贤光, 男, 1934年出生。教授。主要从事力学及建筑结构方面的教学和科研工作。曾出版理论力学教材, 先后在《橡胶工业》、《高分子学报》等杂志上发表论文 20 余篇。

2 承载力

相应于橡胶空气弹簧的不同工作状态, 有不同的计算承载力方法

(1) 拉开状态

当橡胶空气弹簧处于拉开状态时, 可以盖板为分离体进行研究, 如图 2(a)所示。根据平衡条件, 承载力 P 为

$$P = \pi R_0^2 p_r - 2R_0 t \cos \theta \quad (4)$$

考虑到

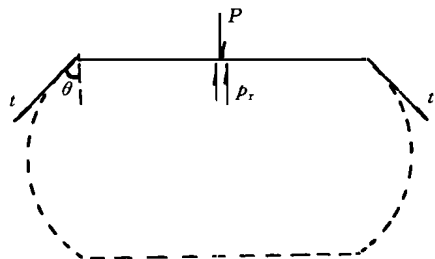
$$t = p_r r \quad (5)$$

故式 (4) 可改写成

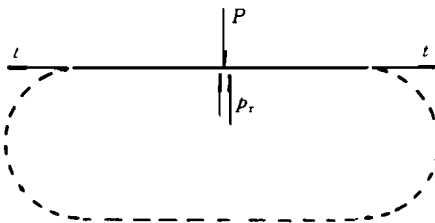
$$\begin{aligned} P &= \pi R_0^2 p_r - 2R_0 p_r r \cos \theta \\ &= A p_r - 2R_0 p_r r \cos \theta \end{aligned} \quad (6)$$

式中 p_r ——胶囊内的相对气压, N/cm^2 ;

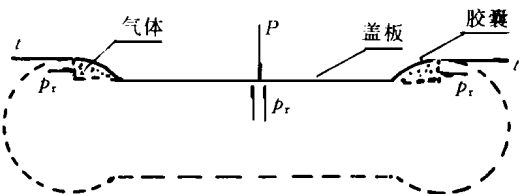
$$p = p - p_a$$



(a)



(b)



(c)

图 2 橡胶空气弹簧受力分析

注同图 1

p ——胶囊内的绝对气压, N/cm^2 ;

p_a ——大气压, $10\text{N}/\text{cm}^2$;

t ——分离体周界单位长度上的法向力, N/cm 。

(2) 拉、压临界状态

当橡胶空气弹簧处于拉、压临界状态时, 可仍以盖板为分离体进行研究, 如图 2(b)所示。依平衡条件, 有

$$P = \pi R_0^2 p_r = A p_r \quad (7)$$

(3) 压合状态

当橡胶空气弹簧处于压合状态时, 则取盖板、部分胶囊、胶囊内的部分压缩空气为分离体, 如图 2(c)所示。依平衡条件, 有

$$P = \pi (R_0 - r \cos \theta) p_r = A p_r \quad (8)$$

3 容积

橡胶空气弹簧的容积 V 由胶囊的容积 V_1 与附加空气室的容积 V_2 组成。 V_2 为恒量, V_1 为变量。 V_1 又可分为两部分, 一部分为胶囊弓形部分的容积 V_{1-1} , 另一部分为盖板范围的容积 V_{1-2} , 如图 3所示

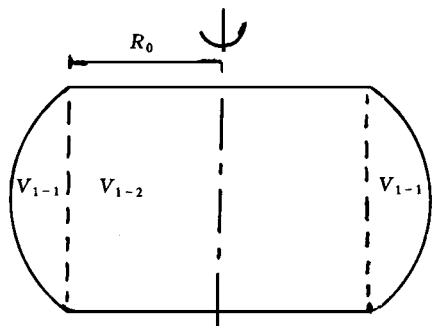


图 3 橡胶空气弹簧的容积计算

弓形部分的容积 V_{1-1} 可表示为

$$V_{1-1} = 2(R_0 + l)F \quad (9)$$

式中 l ——弓形面积的形心 C 到弓形弦的距离, cm ;

F ——弓形面积, cm^2 。

根据文献 [1] 有

$$l = r \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{\sin^3 \theta}{2\theta - \sin 2\theta} - \cos \theta \right) \quad (10)$$

$$F = r^2(\vartheta - \sin\vartheta) / 2 \quad (11)$$

盖板范围的容积 V_{1-2} 可表示为

$$V_{1-2} = \pi R_0^2 x \quad (12)$$

且

$$x = 2r \sin\theta \quad (13)$$

式中 x ——橡胶空气弹簧的高度, 即弓形弦长, cm

橡胶空气弹簧的容积 V_1 则为

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{1-1} + V_{1-2} \\ &= 2(R_0 + l)F + \pi R_0^2 x \end{aligned} \quad (14)$$

4 内压

如果橡胶空气弹簧内的气体不发生增减, 则任意状态下的橡胶空气弹簧的内压 (绝对压力) p 为^[2]

$$p = \frac{V_0^m}{V^m} p_0 \quad (15)$$

式中 p ——任意状态下橡胶空气弹簧的内压 (绝对压力), N/cm²;

V ——任意状态下橡胶空气弹簧的容积 ($V = V_1 + V_2$), cm³;

V_0 ——标准状态下橡胶空气弹簧的容积, cm³;

m ——多变指数, 弹簧上载荷发生静态变化时, $m = 1$; 动态变化时, $m = 1.30 \sim 1.38$

5 垂直刚度

橡胶空气弹簧主要承担垂直方向的载荷, 垂直刚度 K 是它的一个重要力学参数。本文为了避免一些繁杂的数学推导, 特采用表解法求出橡胶空气弹簧在各个弹簧高度 x 时的垂直刚度 K 。虽然表解法所得 K 值是平均值而不是瞬时值, 但其精度可以根据要求加以控制。当空气弹簧高度 x 的增量 Δx 取得愈小, 所得 K 值的精度就愈高, 完全可以满足工程中的要求。结合实例, 刚度 K 的表解步骤如下。

已知单曲囊式橡胶空气弹簧的盖板半径

$R_0 = 11.5$ cm, 胶囊经线方向断面的圆弧长 $S = 13$ cm, 当弧长 S 所对应的圆心角 $\vartheta = 190^\circ$, 即 $\theta = 95^\circ$ 时, 胶囊的绝对内压为 p_0 。若附加空气室的容积 $V_2 = K \cdot 10^4$ cm³, 求曲囊式橡胶空气弹簧的承载力 P 及垂直刚度 K 等特性参数。

1) 根据式 (3), 今已知 $S = 13$ cm, 若令 $\theta = 95^\circ$ (1.66 rad), 则 $r = 3.92$ cm。附表中计算了与各个 θ 角相对应的 r 值、 x 值等, 可一一对照查阅。

2) 根据式 (13), 当 $\theta = 95^\circ$, $r = 3.92$ cm 时, 可算出 $x = 7.81$ cm。见附表。

3) 利用式 (1) 或式 (2) 可求解承载面积 A 。如当 $\theta = 95^\circ$, $r = 3.92$ cm, $x = 7.81$ cm, $R_0 = 11.5$ cm 时, 代入式 (2), $A = \pi (11.5 - 3.92 \cos 95^\circ)^2 = 441$ (cm²)。如果 $\theta = 90^\circ$, $R_0 = 11.5$ cm, 代入式 (1), $A = \pi R_0^2 = 415$ cm²。见附表。

4) 根据式 (11), 如已知 $\theta = 95^\circ$ (1.66 rad), $r = 3.92$ cm, 即可得 $F = 3.92^2 \times (2 \times 1.66 - \sin 190^\circ) / 2 = 26.87$ (cm²)。见附表。

5) 根据式 (10), 当 $\theta = 95^\circ$ (1.66 rad), $r = 3.92$ cm 时, 则 $l = 3.92 \times \left(\frac{4}{3} - \frac{(\sin 95^\circ)^3}{2 \times 1.66 - \sin 190^\circ} - \cos 95^\circ \right) = 1.83$ (cm)。见附表。

6) 根据式 (9), 如 $\theta = 95^\circ$ (1.66 rad) 时, $l = 1.83$ cm, $F = 26.87$ cm², 则 $V_{1-1} = 2 \times (11.5 + 1.83) \times 26.87 = 2250$ (cm³)。见附表。

7) 根据式 (12), 如 $\theta = 95^\circ$ 时, $x = 7.81$ cm, 则 $V_{1-2} = \pi \times 11.5^2 \times 7.81 = 3241$ (cm³)。见附表。

8) 根据上面第 6 和 7 步所得, 可求出 V_1 。如 $\theta = 95^\circ$ 时, $V_1 = 2250 + 3241 = 5491$ (cm³)。再据 $V = V_1 + V_2$, 可求 V 。如 $\theta = 95^\circ$ 时, $V = 5491 + 10000 = 15491$ (cm³)。见附表。

9) 从附表求得了与各 θ 对应的 V 值后, 即可利用式 (15) 求任意状态下的橡胶空气弹簧的内压 (绝对压力) p 。如 $\theta = 85^\circ$ 时, $V =$

15831cm^3 ; $\theta = 90^\circ$ 时, $V = 15677\text{cm}^3$; $\theta = 95^\circ$ 时, $V = 15491\text{cm}^3$, $p = p_0$ 以 $\theta = 95^\circ$ 作标准状态, 则 $\theta = 85^\circ$ 时, $p = \frac{V_0^m}{V^m} p_0 = \left(\frac{15491}{15831}\right)^{1.38} p_0 = 0.970p_0$ $\theta = 90^\circ$ 时, $p = \left(\frac{15491}{15677}\right)^{1.38} p_0 = 0.983p_0$ 见附表 式中 m 取 1.38

10)由前面第 1 步求得了 r , 第 3 步求得了 A , 第 9 步求得了 p , 且由式 (6) 已知 $p_r = p - 10$ 于是利用式 (6)~ (8) 可求出橡胶空气弹簧的承载力 P . 如已由附表查得 $\theta = 85^\circ$ 时, $r = 4.38\text{cm}$, $A = 415\text{cm}^2$, $p = 0.970p_0$ 代入式 (6) 有 $P = Ap_r - 2R_0rp_r\cos\theta = 415 \times (0.970p_0 - 10) - 2 \times 11.5 \times 4.38 \times$

$(0.970p_0 - 10)\cos 85^\circ = (375p_0 - 3875)\text{N}$. 又如已知 $\theta = 90^\circ$, $A = 415\text{cm}^2$, $p = 0.984p_0$ 代入式 (7), 有 $P = Ap_r = 415 \times (0.984p_0 - 10) = 409p_0 - 4150$ 再由 $\theta = 95^\circ$, $A = 441\text{cm}^2$, $p = p_0$ 代入式 (8), 有 $P = Ap_r = 441p_0 - 4410$ 见附表

11)根据橡胶空气弹簧垂直刚度 K 的意义, $K = \text{d}P/\text{d}x$, 取平均值则 K 可表示为 $K = \Delta P/\Delta x$, Δx 取得愈小, 平均值 K 愈接近瞬时值 如由附表已知 $\theta = 95^\circ$ 时, $x = 7.81\text{cm}$, $P = 441p_0 - 4410$ $\theta = 90^\circ$ 时, $x = 8.28\text{cm}$, $P = 409p_0 - 4150$ 则 $\Delta P = (441p_0 - 4410) - (409p_0 - 4150) = 32p_0 - 260$ $\Delta x = - (7.81 -$

附表 橡胶空气弹簧力学性能参数

项 目	数 值								
$\theta / (^\circ)$	80	85	90	95	100	105	110	115	120
θ / rad	1.40	1.48	1.57	1.66	1.75	1.83	1.92	2.01	2.09
r / cm	4.65	4.38	4.14	3.92	3.71	3.55	3.39	3.23	3.11
x / cm	9.17	8.73	8.28	7.81	7.30	6.86	6.37	5.85	5.40
$\Delta x / \text{cm}$		0.44	0.45	0.47	0.51	0.44	0.49	0.52	0.45
A / cm^2	415	415	415	441	463	484	503	520	535
F / cm^2	26.65	26.66	26.90	26.87	26.50	26.18	25.76	24.99	24.38
l / cm	1.62	1.68	1.76	1.83	1.89	1.94	2.00	2.04	2.08
$(R_0 + l) / \text{cm}$	13.12	13.18	13.26	13.33	13.39	13.44	13.50	13.54	13.58
V_{1-1} / cm^3	2197	2208	2241	2250	2229	2210	2185	2126	2080
V_{1-2} / cm^3	3806	3623	3436	3241	3030	2847	2644	2428	2241
V_1 / cm^3	6003	5831	5677	5491	5259	5057	4829	4554	4321
V_2 / cm^3	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
V / cm^3	16003	15831	15677	15491	15259	15057	14829	14554	14321
$P / \text{N} \cdot \text{cm}^{-2}$	$0.956p_0$	$0.970p_0$	$0.984p_0$	p_0	$1.021p_0$	$1.040p_0$	$1.062p_0$	$1.090p_0$	$1.114p_0$
P / N	$340p_0$	$375p_0$	$409p_0$	$441p_0$	$472p_0$	$503p_0$	$534p_0$	$566p_0$	$595p_0$
	- 3567	- 3875	- 4150	- 4410	- 4630	- 4840	- 5030	- 5200	- 5350
$\Delta P / \text{N}$		$35p_0$	$34p_0$	$32p_0$	$31p_0$	$31p_0$	$31p_0$	$32p_0$	$29p_0$
		- 308	- 275	- 260	- 220	- 210	- 190	- 170	- 150
$K / \text{N} \cdot \text{cm}^{-1}$		$80p_0$	$73p_0$	$68p_0$	$60p_0$	$70p_0$	$63p_0$	$61p_0$	$64p_0$
		- 700	- 611	- 553	- 431	- 477	- 387	- 327	- 333

8 28)= 0 47(m), $K = (32p_0 - 260) / 0 47 = 68p_0 - 553$ 见附表。当 $p_0 = 47\text{N} / \text{cm}^2$ 时, 可算得 $\theta = 90^\circ \sim 95^\circ$ 的 K 值为 $2643\text{N} / \text{m}$ 。

6 橡胶空气弹簧的几个特性

下面仅围绕附表内容说明几点:

(1)承载力随空气弹簧高度 x 而变化, x 愈小, 承载力 P 愈大, 反之则 P 愈小。由式 (6)有 $P = \pi R_0^2 P_r - 2 R_0 P_r \cos \theta$, 当满足 $R = 2r \cos \theta$ 时, 可算得承载力 P 为 0

(2)保持空气弹簧高度 x 不变, 可以通过改变内压 p_0 达到改变承载力 P 的目的。如 $\theta = 95^\circ$ 时, $P = 441p_0 - 4410$ 只要改变 p_0 , 就可得到不同的 P 值。这表明同种弹簧可以适应多种荷载的要求。

(3)在保持承载力 P 不变的条件下, 可以通过改变内压 p 达到改变高度 x 的目的, 这表明空气弹簧可以适应多种结构提出的不同高度 x 的要求。

(4)空气弹簧帘布的受力计算, 建议考虑空气弹簧的三种工作状态: 标准状态、最大拉开状态 (最小 θ 角状态) 和最大压合状态 (最大 θ 角状态)。当最大 θ 角超过 133° 时, 近似按 133° 计算。

参考文献

1 皮萨连科 Г С 等. 范钦珊等译. 材料力学手册. 北京: 中国建筑工业出版社, 1982: 58
2 《橡胶工业手册》编写小组. 橡胶工业手册第六分册. 修订版. 北京: 化学工业出版社, 1993: 242

收稿日期 1996-08-19

Mechanical Problems of Bellow-type Rubber Spring

Luo X ianguang

(South China University of Science and Technology 510641)

Abstract A mechanical analysis was made to the bearing area, the bearing capacity, the volume, the internal pressure and the vertical stiffness of bellow-type rubber spring. The mechanical parameters were calculated as the semi-central angle of the bellow arc in the radial section θ changed from 80° to 120° .

Keywords rubber spring, bearing capacity, internal pressure, vertical stiffness

1997年 1月橡胶行业主要产品产量

1997年 1月份橡胶行业主要产品产量 (见附表) 与去年同期相比增长的有轮胎外胎、子午线轮胎、自行车外胎、胶管和炭黑, 其中增幅较大的有轮胎外胎 (13 29%) 和子午线轮胎 (56 14%); 其余产品均有不同程度的下降, 降幅较大的有手推车外胎 (23 09%)、摩托车外胎 (13 54%)、输送带 (11 15%) 和胶鞋 (12 54%)。

附表 1997年 1月橡胶行业主要产品产量

产品名称	本月产量	本月累计	累计为去年同期%
轮胎外胎 万条	457 16	457 16	113 29
子午线轮胎	86 41	86 41	156 14
手推车外胎 万条	63 48	63 48	76 10
自行车外胎 万条	864 06	864 06	100 09
摩托车外胎 万条	124 38	124 38	86 46
输送带 万 m ²	510 00	510 00	88 85
胶管 万标米	626 00	626 00	102 62
胶鞋 万双	3607 00	3607 00	87 46
炭黑 万 t	3 32	3 32	108 37

(华 乡供稿)