

轮胎纵向花纹三维数学模型的建立及应用

田敬华¹, 刘 波¹, 辛振祥¹, 孙红亚²

(1. 青岛科技大学 高分子科学与工程学院, 山东 青岛 266042; 2. 河南省商丘市交通局, 河南 商丘 476000)

摘要:建立轮胎纵向花纹三维数学模型。利用 AutoCAD2000 进行轮胎三维实体设计, 验证了该数学模型的实用性。利用该数学模型可以进行任何一种纵向曲折花纹的设计, 缩短设计周期, 提高设计效率和模具加工的自动化程度。

关键词:轮胎; 花纹; 三维设计; 实体造型

中图分类号: TQ336.1+1; TP391.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-890X(2004)03-0165-03

传统轮胎设计是以二维平面图为基础进行的, 需要多幅图纸才能将产品结构表达清楚, 对于复杂的结构和形状, 不仅制图比较繁琐, 而且要求设计者和后序工作人员都要有较好的三维空间想象能力。另外, 对于一些复杂的形状, 二维图纸无法直接用于数控编程, 这就限制了 NC(数控加工)和 EDM(电火花成型加工)等先进加工设备的使用。因此, 传统的轮胎设计方式具有设计效率低、设计周期长及模具加工自动化程度低等缺点, 已经不适应现代轮胎行业发展的要求。

轮胎三维实体造型技术能够较好地解决上述问题。轮胎外表面是比较复杂的曲面, 但是在不考虑花纹的情况下, 其截面形状是固定的, 故无花纹轮胎三维实体比较容易生成。而轮胎花纹类型多种多样, 形状复杂, 是轮胎实体造型中的技术难点, 国内文献对此还未见有系统、深入的研究, 只有个别文献或者通过坐标变换达到三维视觉效果^[1], 或者研究三维曲面造型^[2], 这些三维方式都不能真实全面地表达实体所具有的各种属性(如质量、重心、惯性矩等)。本工作以轮胎花纹设计中常用的纵向花纹为例, 对轮胎实体花纹三维数学模型的建立及具体应用进行研究。

1 纵向花纹三维数学模型

轮胎花纹种类很多, 归纳起来可分为3类:

作者简介:田敬华(1976-), 女, 河南商丘人, 青岛科技大学在读硕士研究生, 主要从事高分子材料加工和计算机辅助设计领域的研究工作。

普通花纹、混合花纹和越野花纹。其中普通花纹又称为公路花纹, 是最常见的一种花纹, 有纵向花纹、横向花纹或纵横结合的花纹等几种形式。本工作以典型的纵向曲折花纹为例, 研究花纹三维数学模型的建立。

曲折花纹形状比较复杂, 不能像无花纹轮胎那样通过简单的截面旋转得到三维实体。然而, 三维曲折花纹还是有规律可循的。通过分析发现, 曲折花纹可以看成是由固定形状截面图形沿着三维空间曲线(导动线)扫描而成。截面图形利用二维绘图功能即能实现。关键是如何用数学模型来描述三维空间曲线。

首先研究轮胎的外轮廓曲面。轮胎是一个回转体, 分析截面形状可知, 胎冠处曲线是由若干段圆弧组成。因此, 根据截面尺寸以及立体解析几何, 可以求出胎冠回转曲面的方程式, 建立如图1所示的直角坐标系, 将胎冠曲线按组成圆弧来分段, 分别建立类似于式(1)的方程:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2 \quad (1)$$

而所求空间曲线各点均在这些曲面上。

曲折花纹在轮胎外轮廓曲面上的相对位置如图1所示, 由此可研究曲折花纹数学模型需要的参数和变量。

从图1可以看出, 点 $P_1, P_2, P_3, \dots$ 是导动线的控制点, 因此, 首先要确定这些点, 然后进一步确定整条空间曲线。设 P_1 点到 Z 轴的距离为 l , 且 P_1 在 YZ 平面上。由于点 P_1 在轮胎外表面上, 因此满足曲面方程(1), 设 P_1 点坐标为 $(x_1,$

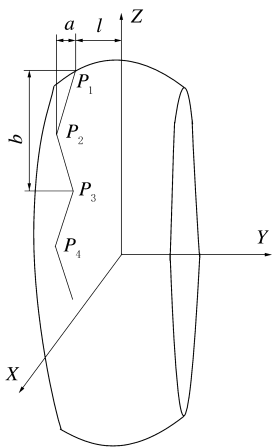


图1 曲折花纹位置示意

y_1, z_1), 则

$$x_1 = 0, y_1 = -l, z_1 = \sqrt{r^2 - l^2} \quad (2)$$

再假设一平面过点 P_1 且平行于 XZ 平面, 那么该平面与曲面方程(1)的交线必是圆, 则 $P_1, P_3, P_5, \dots$ 这些点必定在该圆上。由以上假设可得该圆的方程:

$$\begin{cases} X^2 + Z^2 = z_1^2 \\ Y = y_1 \end{cases} \quad (3)$$

设花纹平面展开图中点 P_1 与 P_3 间的距离为 b , 则 b 值等于弧长 S 。另外, 圆弧 S 、圆弧所对应的角度 θ (用弧度表示) 及圆弧半径 R 之间的关系可用下式表示:

$$S = R\theta$$

由以上条件可得:

$$b = y_1\theta, \text{ 即 } \theta = b / y_1 \quad (4)$$

以上假设和对方程对等节距和变节距花纹都适用, 但 P_1 和 P_3 以外的各点必须根据两类花纹各自的特点分别进行讨论。

(1) 等节距花纹

对于等节距花纹, 点 $P_1, P_3, P_5, \dots$ 相邻两点间的距离是相等的, 因此在已知点 P_1 的坐标及相邻两点间圆弧角度的情况下, 其它各点即可通过坐标旋转变换求得。根据前面建立的坐标系可知是绕 Y 轴旋转, 旋转矩阵为:

$$T_y = \begin{vmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{vmatrix} \quad (5)$$

则其余各点的坐标值等于第一点的坐标乘以相应

的旋转矩阵。设第 n (n 为奇数) 点的坐标为 (x_n, y_n, z_n) , 则

$$(x_n, y_n, z_n) =$$

$$(x_1, y_1, z_1) \begin{vmatrix} \cos \frac{n+1}{2}\theta & 0 & -\sin \frac{n+1}{2}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \frac{n+1}{2}\theta & 0 & \cos \frac{n+1}{2}\theta \end{vmatrix} \quad (6)$$

式中, x_1, y_1, z_1 和 θ 为已知数。这样所有奇数点 $P_1, P_3, P_5, \dots$ 的坐标值即可确定。

(2) 变节距花纹

变节距花纹主要是为了降低噪声, 根据低噪声轮胎花纹设计原则, 节距比应取无理数^[3,4]。

假设采用 3 个不等节距, 如 $L_A : L_B : L_C = \sqrt{3} : \sqrt{5} : \sqrt{7} = 17 : 21 : 26$, 那么用系数 λ_B 和 λ_C 来分别表示 L_A 与 L_B 及 L_A 与 L_C 之间的关系, 并将 λ_B 和 λ_C 分别代入式(4)和(6), 即可求出各节距内控制点的坐标。

同理可以分别确定等节距和变节距花纹偶数点 $P_2, P_4, P_6, \dots$ 的坐标, 那么所有控制点即可得到。

得到控制点之后, 需要确定两控制点之间的曲线段, 可采用在两控制点之间插入若干个近似点以拟合各段曲线的方法。

至此, 可确定三维花纹导动线, 只要再绘制出合适的截面, 即可通过扫描的方法得到三维实体花纹。最后与无花纹三维轮胎实体进行减运算, 就可得到完整的轮胎三维实体造型。

2 实例

根据前面建立的数学模型, 以 AutoCAD 2000 为绘图软件进行三维轮胎实体造型, 具体步骤如下。

(1) 根据各参数绘出轮胎二维截面图, 并使用 Revolve 命令得到三维轮胎实体。

(2) 运用建立的数学模型, 绘出各控制点及插入点, 使用 3D Polyline 命令绘出导动线。

(3) 绘制花纹二维截面图。

(4) 使用 Extrude 命令完成三维花纹实体。

(5) 使用 Subtract 命令将第 1 步得到的轮胎实体与第 4 步得到的花纹实体进行减运算, 即可

得到完整的三维轮胎实体(如图2所示)。



图2 三维轮胎实体造型

3 结语

采用轮胎纵向三维花纹数学模型可以进行任何一种纵向花纹的设计,缩短设计周期,提高设计效率。

参考文献:

- [1] 刘大众. 计算机在轮胎结构设计中的应用[J]. 轮胎工业, 1996,16(10):592-600.
- [2] 王耕耘,王义林. 轮胎模具 CAD/CAM 系统的研究[J]. 模具工业,1997(4):8-10.
- [3] 陈理君,杨光大,董 芹. 低噪声轮胎花纹设计原则[J]. 橡胶工业,1997,44(3):150-155.
- [4] 陈理君,张艳堃,杨 立,等. 低噪声轮胎花纹设计原理与方法[J]. 轮胎工业,2001,21(5):270-276.

收稿日期:2003-09-19

3D mathematical model of longitudinal tread patterns

TIAN Jing-hua¹, LIU Bo¹, XIN Zhen-xiang¹, SUN Hong-ya²

(1. Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266042, China; 2. Shangqiu Traffic Administration, Shangqiu 476000, China)

Abstract: A 3D mathematical model of longitudinal tread patterns has been established. A 3D design of real tire is made with AutoCAD2000 to confirm the validity of the model. Any longitudinal zigzag tread patterns can be designed using the model to shorten the design cycle, improve the design efficiency and increase the automation in mold process.

Keywords: tire; tread patterns; 3D design; modelling

国内简讯 5 则

△2003年12月24日,青岛双星股份有限公司三届七次会议审议并通过了青岛双星轮胎工业有限公司正式收购“胶南易通”热电站的议案,决定成立“双星热电厂”。这一举措将为双星集团进一步降低生产成本、提高产品竞争力打下良好基础。

(双星集团 张艾丽 王开良供稿)

△青岛双星集团成功研制出PU鞋垫代替EVA纳米鞋垫。PU鞋垫集防臭、吸水性强、柔软于一体,而且成本低,PU鞋垫代替EVA纳米鞋垫将有良好的市场前景。

(双星集团 张艾丽供稿)

△双星集团开发的QH698系列辊道式抛丸清理机、270密炼机、QJ3710系列吊钩式抛丸清

理机、专业排球鞋、CR改性SDS热熔压敏胶及气压自动供胶涂胶技术于2003年12月30日通过了青岛市经委和科技局组织的专家鉴定。鉴定认为,这些产品性能达到国际先进水平。

(双星集团 王开良 苏家栋供稿)

△桂林橡胶机械厂2003年累计出口硫化机42台,为国家创汇648万美元,创该厂出口创汇历史最好水平。近日,该厂被广西壮族自治区科技厅评为广西三大新技术产品出口基地。

(桂林橡胶机械厂 陈维芳供稿)

△青岛双星斥资1.5亿元,在河南省汝南县新建年产50万套农用轮胎项目。此项目建成后,年产值可达1.5亿元。

(摘自《中国化工报》)