

蒙特卡罗模拟法确定普通 V 带许用功率

寇尊权

(吉林工业大学, 长春 130025)

摘要 对通常在设计时被视为常量而实际上是随机变化的参数,如 V 带材料许用应力[S]、V 带高度 *h* 和带轮直径 *D* 对普通 V 带许用功率的影响进行了分析。在普通 V 带疲劳寿命试验基础上,运用蒙特卡罗模拟试验法可以得出单根 V 带许用功率分布规律及分布参数,有助于普通 V 带的可靠性设计。

关键词 普通 V 带, 可靠性, 许用功率

由于 V 带传动的承载能力强,传动平稳,因而日益得到广泛的应用。V 带工作时,其横截面上承受的是循环变化的应力,故 V 带十分容易疲劳、磨损,因而寿命较短,需要经常更换。实际使用和试验都表明,一组相同的 V 带在相同条件下运行,其寿命也各不相同,是个随机变量。而对于一些在重要场合使用的 V 带,又十分需要对其寿命进行合理预测,为 V 带的适时更换提供理论依据。对此,V 带传动的常规设计法是难以满足的。

为解决这一问题,首先要解决 V 带许用功率与寿命及可靠性的定量关系。本工作在普通 V 带疲劳寿命试验的基础上,对 A 型 V 带许用功率进行了分析和探讨。

1 普通 V 带许用功率的随机性及概率分布

1.1 普通 V 带许用功率的随机性

常规方法设计普通 V 带时,单根 V 带的许用功率 *P*₀ 由下式确定^[1]。

$$P_0 = ([S] - Eh/D - qv^2/A)(1 - 1/e^{f\alpha})A/1\,000 \quad (1)$$

式中 [S]——V 带材料许用应力,MPa;

α ——带传动的包角,实验中为 π ;

q——单位长度 V 带的质量,kg·m⁻¹;

v——带速,m·s⁻¹;

E——V 带弯曲弹性模量,MPa;

h——V 带高度,mm;

D——带轮直径,本试验中为 100 mm;

A——V 带横截面积,mm²;

*f*_v——摩擦因数。

$$f_v = f / \sin(\varphi/2)$$

式中 *f*——带与带轮材料的实际摩擦因数;

φ ——带轮槽角。

常规法确定许用功率时,将参数[S], *h* 和 *D* 等都视作常量,而实际上,由于受 V 带材质的不均匀性以及制造误差等因素的影响,上述这些参数都是随机变化的。许用功率是这些随机变量的函数,因而也是随机变化的。为确定许用功率的概率分布,应首先确定[S], *h* 和 *D* 等随机变量的概率分布。本工作将参数[S], *A*, *h* 和 *D* 视为随机变量,而将其它参数作为常量处理。

1.2 许用应力[S] 的概率分布

A 型普通 V 带疲劳寿命试验^[2]是以初拉力 *F*₀ 为加速变量的寿命试验,实际上这也是以带中最大应力为加速变量的寿命试验。应力 *S* 与初拉力 *F*₀ 的对应关系为:

$$S = (F_0 + T_1/D) / A + Eh/D + qv^2/A \quad (2)$$

式中 *T*₁——带轮上的转矩,本试验中其值为 13 N·m。

将疲劳寿命试验时加速变量初拉力水平代入上式得到相应的应力水平,如表 1 所示。

表 1 应力与初拉力的对应关系

水平	<i>F</i> ₀ /N	<i>S</i> /MPa
1	225	28.9
2	250	29.2
3	300	29.8
4	400	31.0
5	500	32.2
6	550	32.8

作者简介 寇尊权,男 1961 年 3 月出生。副教授,硕士。毕业于吉林工业大学机械学专业。目前主要从事机械设计、几何量公差与检测教学和机械设计及理论研究工作。

以初拉力为加速变量的 V 带疲劳寿命分布规律及分布参数^[3], 也就是各应力水平的寿命分布规律及分布参数。根据疲劳寿命试验结果可知, 疲劳寿命服从对数正态分布。寿命分布的对数均值 $\mu(S)$ 与应力的关系和对数标准偏差 $\sigma(S)$ 为:

$$g([S] | N) = \frac{1}{0.315\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{[S] - (55.5 - \ln N / 0.584)}{0.315} \right]^2 \right\}$$

(5)

由式(5)可知, 给定寿命下许用应力 $[S]$ 服从正态分布。

如果 $f(x)$ 为标准正态分布的概率密度函数, 则 Z_p 为标准正态分布的百分位数, 如图 1 所示。

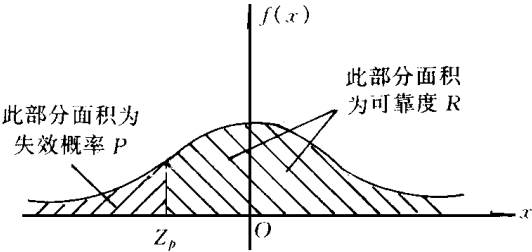


图 1 Z_p , P 和 R 的关系

$$P = 1 - R = \int_{-\infty}^{Z_p} f(x) dx$$

根据正态分布的性质, 有

$$[S] = 55.5 - \ln N / 0.584 + 0.315 Z_p \quad (6)$$

由式(6)可知, 许用应力是寿命和可靠度的函数。

1.3 其它随机变量的概率分布

为了确定随机变量 h , A 和 D 的分布规律及其分布函数, 对 A 型 V 带截面基本尺寸 W , h 和 φ (字母具体代表的意义如图 2 所示) 进行了实测, 并对测量的结果进行了 χ^2 检验, 结果如表 2 所示。

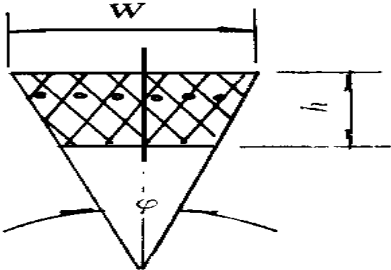


图 2 V 带横截面示意图

表 2 所示结果表明, A 型 V 带基本尺寸 W , h 和 φ 均服从正态分布规律。

$$\mu(S) = 32.41 - 0.584S$$

(3)

$$\sigma(S) = 0.184$$

(4)

根据已知寿命分布求强度分布的方法^[3], 经推导可得出给定寿命 N 时许用应力 $[S]$ 分布的概率密度函数:

表 2 随机变量 W , h , A 和 φ 的分布参数

项 目	均 值	标准偏差
W/mm	12.62	0.312
h/mm	8.22	0.128
$\varphi/(\text{^\circ})$	38.9	0.468
截面积 A/mm^2	80.67	2.92

带轮直径 D 与带、带轮槽尺寸制造偏差的随机性有关, 分析表明, 带轮直径服从正态分布规律。分布参数如表 3 所示。

表 3 带轮直径分布均值与标准偏差 mm

公称直径	均值	标准偏差
100	97.93	1.01
112	109.82	1.06
125	123.80	0.92
140	138.72	0.91

1.4 许用功率 P_0 的概率分布

前已述及, 普通 V 带许用功率是 $[S]$, h 和 D 等随机变量的函数, 其概率分布由 $[S]$, h 和 D 等随机变量的联合概率分布决定。要从理论上根据公式(1)求出许用功率 P_0 的概率分布比较复杂。为此, 本研究采用蒙特卡罗 (Monte Carlo) 模拟试验法, 确定许用功率的分布规律及分布参数。具体步骤如下:

(1) 根据马萨雷和布雷提供的方法, 由计算机产生几个标准正态分布的随机数 $Z_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 。

(2) 将 Z_j 转换成某个随机变量的随机数。如许用应力, 由于 $\{[S] - \mu(S)\} / \sigma(S)$ 服从标准正态分布, 则有

$$[S]_j = 55.5 - \ln N / 0.584 + 0.315 Z_j$$

可得 n 个许用应力的随机数。

(3) 将步骤(1)和(2)重复 4 次, 求出各个随机变量的随机数。

(4) 将各随机变量的随机数代入式(1), 求得容量为 n 的许用功率 P_0 的样本。

寿命不同、带轮直径不同、带速不同,求得许用功率 P_0 的样本也不相同。对许用功率的样本进行 χ^2 检验和尺度不变统计量检验,结果表明, P_0 服从正态分布规律,其概率密度函数为:

$$f(P_0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma P_0}\exp[-\frac{1}{2}(\frac{\ln P_0-\mu}{\sigma})^2]$$

(7)

式(7)中 μ 和 σ 为 P_0 的对数均值和对数标准偏差。其数值与带轮直径、带速及寿命有关。当寿命为 10^7 次时, A 型 V 带许用功率 P_0 的对数均值和对数标准偏差如表 4 所示。

表 4 V 带许用功率 P_0 的对数均值和对数标准偏差

v/(m·s ⁻¹)	带轮直径 D/mm							
	100		112		125		140	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
8	0.381	0.156 6	1.052	0.078 9	1.425	0.058 5	1.664	0.052 9
10	0.594	0.159 2	1.267	0.079 6	1.643	0.058 9	1.885	0.053 1
12	0.757	0.162 5	1.439	0.080 4	1.818	0.059 3	2.060	0.053 4
14	0.887	0.166 6	1.581	0.081 4	1.964	0.059 8	2.208	0.053 8
16	0.992	0.171 5	1.701	0.082 6	2.088	0.060 4	2.334	0.054 1
18	1.076	0.177 6	1.802	0.083 9	2.195	0.061 0	2.443	0.054 6
20	1.143	0.184 9	1.889	0.085 5	2.288	0.061 7	2.539	0.055 1

2 许用功率大小的确定

由于许用功率服从对数正态分布,根据对数正态分布的性质,若 Z_p 为标准正态分布的百分位数,则,

$$P_0=\exp(\mu+\sigma Z_p)$$

(8)

由式(8)可以很容易地求得许用功率,如当带轮直径 D 为 125 mm,带速 v 为 12 m·s⁻¹时, V 带寿命 N 为 10^7 次,可靠度 R 为 0.90 时,许用功率 P_0 的值可由表 4 查得, $\mu=1.818$, $\sigma=0.059 3$,失效概率 $P=1-R=0.1$,查标准正态分布表,得 $Z_p=-1.28$,则 $P_0=5.71$ kW。

3 结语

应当注意的是,表 4 中查得的对数均值和

对数标准偏差仅适用于寿命为 10^7 次的 A 型 V 带。实用中应针对不同的 V 带寿命,用蒙特卡罗模拟试验法求出相应的分布参数,并制成表格,以备设计时查用。其它型号 V 带的许用功率,也可以参照本研究的方法确定。

综上所述,根据 V 带寿命试验结果,运用蒙特卡罗模拟试验法,可以确定 V 带的许用功率,这是 V 带进行可靠设计的前提。

参考文献

1 濮良贵. 机械设计. 第 5 版. 北京: 高等教育出版社, 1989 173

2 孟慧琴,寇尊权. 普通 V 带疲劳寿命可靠性试验研究. 橡胶工业,1992,39(12): 748~752

3 高振同,傅惠民. 疲劳强度的频率分布和疲劳强度的特征函数. 机械强度,1985,7(2): 27~34

收稿日期 1999-05-07