

子午线轮胎带束层弹性常数预报^{*}

朱兴元 谢志民 阎相桥 杜星文

(哈尔滨工业大学 150001)

摘要 把带束层简化为一个由材料性能不同的多层圆管构成的圆筒,并假设带束层中的帘布层应变连续且无耦合作用,用轮胎组分材料的基本材料性能预报了带束层的等效弹性常数。用此方法得到的预报值与实验值吻合得很好。

关键词 轮胎,带束层,复合材料,弹性常数

轮胎的振动性能对乘坐舒适性和轮胎的噪声影响很大。轮胎固有频率分析是轮胎振动性能分析和动态响应分析的首要内容^[1~4]。最近,我们也开展了子午线轮胎固有频率的研究工作。把子午线轮胎模拟成一个圆筒模型来分析其固有频率。由于必须充分考虑轮胎形状与尺寸及材料性能和分布对其固有频率的影响,这就增加了频率方程的复杂性,如在文献[3]的频率方程中,含有多个参数,而且这些参数很难用简单的实验方法确定,有的参数甚至根本没有办法来确定,于是不得不采用实验值反代来确定材料的等效系数。显然,这种方法在工程中是不可取的。

正基于此,本项目就文献[3]中的频率预报方程中系数 E 的确定作了一些研究。

1 单一帘布层的宏观力学性能

轮胎带束层的单一帘布层结构见图1。带束层由胶料和帘线两部分组成。带束层中的帘线可以看成是无限长的柱状夹杂^[5]。欧克凡尔(Ekval)考虑了基体中在纤维约束下的三向应力状态,并得到简单层板的宏观力学性能。它的宏观力学性能^[6]分别是:

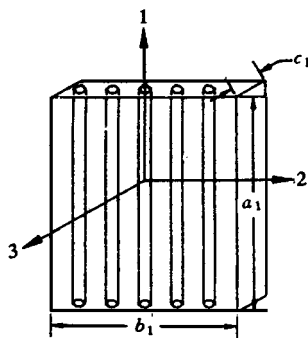


图1 单向增强的简单层板

$$E_1 = V_c E_c + V_r E_r' \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{E_c E_r'}{V_c E_r' + V_r E_c (1 - \nu_r^2)} \quad (2)$$

$$\nu_{12} = \nu_c \nu_c + \nu_r \nu_r \quad (3)$$

$$G_{12} = \frac{G_c G_r}{V_r G_c + V_c G_r} \quad (4)$$

$$E_r' = \frac{E_r}{1 - 2\nu_r^2}, \quad V_c + V_r = 1$$

式中 V ——组分的体积分数;

下标 c ——帘线;

下标 r ——橡胶。

帘线的体积分数为:

$$V_c = \frac{n\pi a_1 D^2}{4 a_1 b_1 c_1} = \frac{n\pi D^2}{4 b_1 c_1} \quad (5)$$

式中 n ——帘布层中的帘线根数;

D ——帘线的直径;

a_1, b_1, c_1 ——见图1。

为了满足工程中的需要,在非主方向的

^{*} 黑龙江省自然科学基金(9409)资助项目。

作者简介 朱兴元,男,1970年出生。1992年在哈尔滨工业大学固体力学专业获工学硕士学位,现正攻读复合材料专业博士学位。曾获航天工业部科技进步二等奖。

xy 坐标系中 (见图 2) 受力的正交各向异性简单层板的表观工程常数^[7]是:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_x} &= \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \\ &\quad \frac{1}{E_2} \sin^4 \theta + \frac{1}{E_1} \cos^4 \theta \\ \nu_{xy} &= E_x \left[\frac{\nu_{12}}{E_1} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right] \\ \frac{1}{E_y} &= \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \\ &\quad \frac{1}{E_2} \cos^4 \theta + \frac{1}{E_1} \sin^4 \theta \\ \frac{1}{G_{xy}} &= 2 \left(\frac{2}{E_1} + \frac{2}{E_2} + \frac{4\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \cdot \\ &\quad \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{12}} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (6)$$

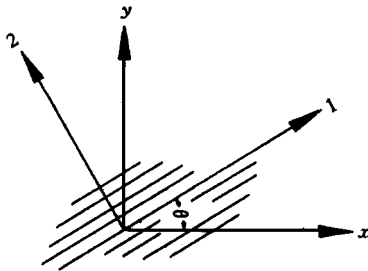


图 2 坐标系示意图

将方程 (1) ~ (5) 得到的值代入方程 (6), 可以得到单一帘布层任意方向的等效材料常数。至此, 轮胎带束层的单一帘布层的宏观性能常数已经得到。由此, 可以进一步分析由多层帘布构成的带束层的宏观性能。

2 轮胎带束层的等效弹性常数

带束层中的帘布构成了轮胎的子午圈, 如图 3 所示。根据轮胎的实际作用, 可以把带束层简化为一个含有多种材料的圆筒, 如图 4 所示。假设此圆筒是由 k 个圆管胶结在一起, 每个圆管的弹性常数分别为 E_x 和

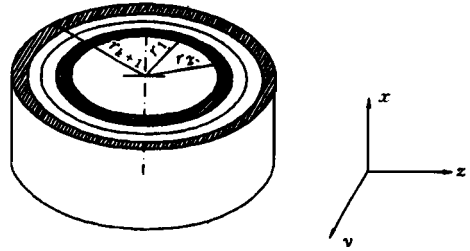


图 3 轮胎带束层示意图

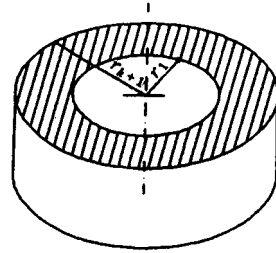


图 4 轮胎带束层简化模型

E_y (由方程 6 求得), 并像一根圆筒那样承受弯曲的作用。其中 r_1 为轮胎的内半径, r_{k+1} 为轮胎的外半径, 且有 $r_{k+1} - r_m = c_m$ (m 为任意一层, $m = 1, 2, \dots, k$), c_m 为相应帘布层的厚度, 它的定义如图 1 所示。帘布层类似于薄板。为了得到轮胎带束层的等效弹性常数 (E_{eq}), 可作如下两个假设:

- (1) 各层之间应变连续;
- (2) 各单层之间没有耦合效应, 即只有纯弯曲。

轮胎带束层的弯矩为:

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_k \quad (7)$$

式中 k ——构成带束层的帘布层数。

依照材料力学方法, 有

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{E_{x,1}}{\rho_1} \int y^2 dA \\ &= \frac{E_{x,1}}{2\rho_1} \int 2y^2 dA \\ &= \frac{E_{x,1}}{2\rho_1} \left(\int y^2 dA + \int z^2 dA \right) \\ &= \frac{E_{x,1}\pi}{4\rho_1} (r_2^4 - r_1^4) \\ &= \frac{E_{x,1}\pi}{2} (r_2^2 + r_1^2) c_1 \end{aligned} \quad (8)$$

类似有

$$M_2 = \frac{E_{x,2}\pi}{4\rho_2} (r_3^4 - r_2^4) \\ = \frac{E_{x,2}\pi}{2} (r_3^2 + r_2^2) c_2 \quad (9)$$

$$M_m = \frac{E_{x,m}\pi}{4\rho_m} (r_{m+1}^4 - r_m^4) \\ = \frac{E_{x,m}\pi}{2} (r_{m+1}^2 + r_m^2) c_m \quad (10)$$

$$\rho_m = \frac{r_{m+1} + r_m}{2}$$

式中 $E_{x,m}$ ——表示第 m 层 x 方向的弹性常数 E 。

设有一个均质、各向同性、内半径为 r_1 、外半径为 r_{m+1} 的一种材料构成的圆筒,它的弯曲性能与轮胎带束层的弯曲性能等效。它的弯矩为:

$$M = \frac{E_{eq}\pi}{2} (r_{m+1}^2 + r_1^2) (r_{m+1} - r_1) \quad (11)$$

由方程(7)和(11)可得轮胎带束层的等效弹性常数为:

$$\frac{E_{eq}\pi}{2} (r_{m+1}^2 + r_1^2) (r_{m+1} - r_1) = \\ \sum_{m=1}^k \frac{E_{eq}\pi}{2} (r_{m+1}^2 + r_m^2) c_m \\ E_{eq} = \frac{\sum_{m=1}^k E_m (r_{m+1}^2 + r_m^2) c_m}{(r_{m+1}^2 + r_1^2) (r_{m+1} - r_1)} \quad (12)$$

至此,只需要知道轮胎带束层组分材料的简单性能常数,按照公式(1)~(12),就可以预报其等效弹性常数了。

3 实验验证

在这里,我们将 9.00R20 子午线轮胎的带束层等效弹性常数预报值与文献[3]的反代值进行了对比。9.00R20 轮胎的结构尺寸和各组分材料的几何常数如下:

$$a = 0.45 \text{ m}, b = 0.2 \text{ m}, c = 0.05 \text{ m}; \\ a_1 = 3.2 \text{ m}, b_1 = 0.3 \text{ m}, c_1 = 1.2 \times 10^{-3} \text{ m}。$$

单一帘布层中帘线根数为 175。各帘布层的厚度相同,并且帘线根数也相同,但其缠绕角度不同,其直径为 $D = (0.75 \pm 0.05) \times 10^{-3} \text{ m}$ 。带束层由 3 层简单帘布层构成,其缠绕角度分别为 $90^\circ, 80^\circ, 75^\circ$ 。实验测得轮胎各组分材料的性能常数分别为: $E_c = 1.478 \times 10^{10} \text{ Pa}$, $\nu_c = 0.3$, $G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu_c)} = 5.7 \times 10^9 \text{ Pa}$, $E_r = 1.1 \times 10^7 \text{ Pa}$, $\nu_r = 0.49$, $G_r = \frac{E_r}{2(1+\nu_r)} = 3.36 \times 10^6 \text{ Pa}$, $\rho = 2.154 \text{ Mg} \cdot \text{m}^{-3}$ 。将这些值代入方程(1)~(12)中,可以得到带束层的等效弹性常数 E_{eq} 。

E_{eq} 与频率方程中的系数有如下的关系:

$$E' = \frac{E_{eq} h^2}{12\rho a^4}$$

由表 1 可见,本文提出的确定轮胎带束层弹性常数的方法是可行的,可以得到令人满意的精度。

表 1 实验值与预报值对照

项 目	数值
文献[3] E 值	81.7
预报值	76.8
误差	6%

4 结语

为了解决轮胎的固有频率和噪声预报问题,首先必须解决轮胎某些宏观性能的预报问题。正是为了这一目的,本文采用了 Ekvall 模型分析方法预报了轮胎带束层每一帘布层的宏观性能,同时,把带束层简化为一个由性能不同的材料组成的多层圆筒,并假设带束层中的帘布层间的应变连续,且没有耦合作用。结果表明本文所采用的模型和简化是合理的,用此方法分析得到的结果可以解决实际工程问题。

参考文献

- 1 Hirano M, Akasaka T. Natural frequencies of the bias tire.

Tire Science and Technology ,1976 ,4 (2) :86 ~ 114

2 庄继德. 汽车轮胎学. 北京:北京理工大学出版社, 1996. 273 ~ 320

3 Potts G R,Bell C T,Roy T K. Tire vibrations. Tire Science and Technology ,1977 ,5 (4) :203 ~ 225

4 Yamazaki ,Akasaka. Twisting stiffness and lateral vibration of a radial tire sidewall. Tire Science and Technology , 1988 ,16 (4) :223 ~ 248

5 Christensen R M. Mechanics of composite materials.JOHN WILEY&SONS ,New York ,1990. 80 ~ 84

6 Ekvall J C. Structural behavior of monofilament composites. Proc. AIAA 6th Structures Conf. , AIAA , New York ,April ,1965. 121 ~ 127

7 琼斯 R M. 复合材料力学. 上海:上海科学技术出版社, 1981. 29 ~ 35

收稿日期 1997-03-25

Prediction of Elastic Constant of Radial Tire Belt

Zhu Xingyuan , Xie Zhimin , Yan Xiangqiao and Du Xingwen
(Haerbin Institute of Technology 150001)

Abstract The equivalent elastic constant of the tire belt could be predicted by using the basic properties of the materials in tire compound through simplifying the tire belt to a cylinder which was composed of multi-layer tubes with different material properties and assuming that the strain in the belt plies was continuous and coupleless. The predicted value was in accordance with the test result.

Keywords tire ,belt ,composite ,elastic constant

1996 年世界 11 大橡胶公司的一些统计数据

项 目	米其林	普利司通	固特异	大陆	住友	倍耐力	横滨	东洋	库珀	锦湖	韩国
销售额/ 亿美元											
总计	139. 4	179. 9	131. 1	69. 5	53. 5	66. 4	37. 0	24. 2	16. 2	15. 17	12. 67
轮胎	131. 0	129. 0	117. 1	46. 75	40. 0	31. 45	26. 0	13. 78	13. 72	13. 55	11. 35
净利润											
总计/ 亿美元	6. 09	6. 46	1. 02	1. 28	0. 43	3. 0	0. 35	0. 1	1. 08	0. 08	0. 13
占总销售额比例/ %	4. 4	3. 6	0. 8	1. 9	0. 8	4. 5	0. 9	0. 4	6. 7	0. 5	1. 0
员工数量/ 人	119 780	92 458	91 310	44 767	24 000	36 534	12 267	8 083	8 932	6 252	6 403
轮胎厂(包括合资厂)											
厂家数/ 个	59	41	49	19	16	18	11	6	5	4	5
所在国家数/ 个	18	19	30	13	7	11	5	3	2	2	2
轮胎年产量/ 亿条	1. 710	1. 690	1. 786	0. 761	0. 615	0. 480	0. 210	不详	0. 370	不详	不详
基建投资											
总额/ 亿美元	8. 02	11. 69	6. 18	3. 68	4. 23	3. 51	不详	1. 61	1. 94	不详	0. 55
占总销售额比例/ %	5. 8	6. 5	4. 7	5. 3	7. 9	5. 3	不详	6. 7	12. 0	不详	4. 3
科研经费											
总额/ 亿美元	6. 97	3. 36	3. 75	2. 78	1. 61	2. 04	1. 23	0. 76	0. 20	0. 46	0. 55
占总销售额比例/ %	5. 0	1. 9	2. 9	4. 0	3. 0	3. 1	3. 3	3. 1	1. 2	3. 0	4. 3

(相 泰摘自美国《轮胎商报》,1997-09-01 ,P11 及
日本《轮胎月刊》,1997-09-10 ,P13)