

在微机上进行轮胎三维非线性有限元分析的几个问题^{*}

丁剑平 俞 淇 曾宪伟

(华南理工大学 510641)

在轮胎结构分析的发展过程中,为了有效地预测轮胎的各项性能,人们使用了许多方法,诸如网络理论、薄膜理论、层合理理论和薄壳理论等^[1]。这些理论对斜交轮胎的结构分析及研究起了很大作用,但对子午线轮胎却还存在着许多不完善之处,它们对轮胎层间剪切应力这一对轮胎脱层具有重大影响的因素的分析显得无能为力,特别是在考虑到接触问题和动态及生热温度场等方面的情况时就更显得捉襟见肘了。随着计算机技术的飞速发展,大规模的数值模拟已成为可能和现实,于是有限元法作为一种有效的数值分析方法在工程实际中使用得越来越广泛,也毫不例外地被引入到轮胎行业中。在轮胎结构分析中,分析方法已从二维发展到三维,从线性发展到非线性。鉴于轮胎在使用过程中会发生很大的几何变形,以往的小应变线弹性分析误差很大,目前对轮胎的结构分析大都采用了三维非线性有限元分析。为了利用微机这一越来越广泛使用的有力工具,使厂家在投资较少的情况下大大提高轮胎结构设计能力,我们有针对性地研究开发了在微机上应用的轮胎结构三维非线性有限元程序。在这个分析研究过程中遇到了许多问题,有的问题已得到解决,有的问题还有待于

进一步研究。如何妥善处理这些问题,对轮胎结构的分析和研究有很大影响。

1 遇到的问题

1.1 材料的特性参数及本构关系

在有限元分析过程中,研究对象的材料特性参数及本构关系是非常重要的。由于材料的本构关系反映了材料的特性,如非线性粘弹性、各向异性、正交各向异性、不可压缩性等,在分析轮胎结构特性时必须了解以橡胶为基体的轮胎用各种复合材料的性能^[2]。

在研究过程中,我们发现这些复合材料的受力及变形具有明显特点,以帘线-橡胶复合材料为例,它是一种非线性的各向异性体(如图 1 所示),当试样处于偏轴拉伸时,偏角 θ 对应力-应变曲线形状及材料的弹性模量、泊松比等有明显的影响(见图 2)。当 $\theta = 0^\circ$ 时,应力-应变关系主要受帘线特性的控制,随着偏角的增大,橡胶的影响也越来越大;当 $\theta = 90^\circ$ 时,帘线的拉伸强度仍有一定的影响。对于偏角一定的复合材料,随着载荷的增大,粘接帘线纤维束之间的粘合剂开始破坏,进而引起纤维间的松散。随着变形的增大,帘线角度 θ 亦不断发生变化,从而导致材料应力-应变关系的复杂性。与此同时,在加载过程中复合材料的泊松比亦不断发生变化,在动态状态下,就更显复杂了^[3]。

鉴于此,由于实验手段不完善,现行的一些复合材料理论亦存在着诸多缺陷,到目前为止,人们尚无法得到一个有关帘线-橡胶复

^{*}国家自然科学基金项目部分工作。

作者简介 丁剑平,男,28岁。1995年4月毕业于华南理工大学高分子系。硕士。现在江西赣州南方冶金学院任教,讲师。“有限元法在轮胎结构设计中的分析与应用”发表于《橡胶工业》,“轮胎的三维有限元模拟”发表于《轮胎工业》。

合材料的通用本构关系表达式,使该表达式包含所有这类复合材料的特性。目前所用各复合材料的性能参数主要是通过细观复合材料力学性能的各种方法,通过材料的组分性能来得到其复合材料的性能参数的。为了满足三维有限元的计算,对轮胎用的帘线-橡胶复合材料性能要求 3 个方向的参数。一般通过实测或微观力学经典公式进行计算,多数只获得平面上 2 个方向的性能参数,第 3 个方向上的参数只能通过换算求得,这与轮胎的实际情况有差异。由于轮胎的变形特点属

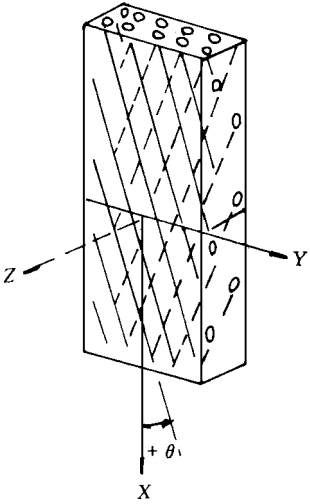


图 1 帘线-橡胶复合材料

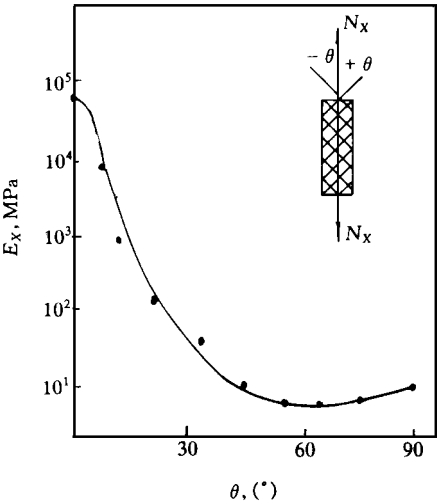


图 2 弹性模量随帘线角度的变化

小应变、大转动,为此,多数研究者仍使用线性本构关系描述轮胎所用的复合材料,但是这种简化对轮胎结构分析的精度有一定的影响。综上所述,如何获得一个尽可能准确反映轮胎用复合材料特性的本构关系乃是轮胎结构三维有限元分析中的一个难点。

1.2 边界条件

边界条件的处理是轮胎结构分析中的又一大难题,尤其是接触区域的处理。所谓接触区域主要是指轮胎与地面及轮胎与轮辋之间的接触,根据轮胎的变形特点,即随着载荷的增大,其下沉量亦不断变大,且变化呈非线性(见图 3),同时,轮胎与轮辋的间隙越来越小,可见这些接触区域的接触边界是动态的。由于随着载荷的变化,接触边界亦不断发生变化,从而无法事先确定边界条件。为了妥善处理这个问题,人们试着使用了多种方法,如间隙单元法、罚函数法、拉格朗日乘子法等,最常用的还包括了可动边界的调整。在描述轮胎与地面的接触过程时,有时用法向力 F 表达接触面状态,如图 4 所示,根据法向力 F 与接触面位移 u 及接触条件之间的

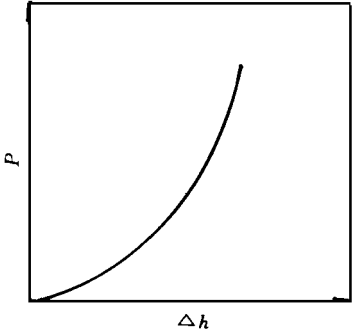


图 3 负荷 P -下沉量 Δh 之关系

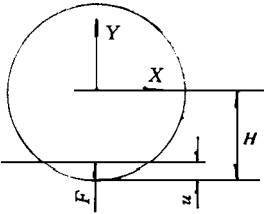


图 4 接触边界

关系可得下列式子:

$$\text{若 } Y + u \leq H, F = 0$$

$$\text{若 } Y + u = H, F \leq 0$$

式中 H —— 轮轴距(轴到接地面的距离);

Y —— 轮胎 Y 方向坐标。

一旦轮胎上某点满足假设的条件,即可将该点进行约束,对所研究对象的边界条件进行随时修改,这样不仅加快了计算时的收敛速度,而且计算精度也得到了相应的提高^[4]。

在轮胎与轮辋接触处,人们往往对这种约束加以简化,即给定一个固定约束,这种处理方式虽然使问题得到了简化,但都无法反映出具体的轮辋形状对轮胎限制的差异。鉴于此,据有关文献^[5]记载,人们曾尝试使用间隙单元分析的方法,并取得了良好的效果。在使用间隙单元分析时,必须注意由于这种类型单元的弹性模量非常小,其取值甚至可达 10^{-5} 数量级,故加载时一定要严格控制其初始载荷,初始加载步长过大极易引起网络翻转,从而导致问题无解。因此在处理接触问题时,如何对轮胎接触边界条件进行恰当地描述也是用有限元分析结构的一大难点。

1.3 有限元模型

在有限元分析过程中,如何利用恰当的单元来离散所研究的对象也是一个颇值得研究的问题。目前,在轮胎结构分析中应用和发展的三维有限元大致分为 8—20 节点块体等参元、8 节点多层薄壳元和 16 节点多层厚壳元等。在分析问题过程中,采用节点数多的单元固然可以提高计算精度,但计算量却相当大,耗费大量机时。反之,采用节点数较少的单元,虽然减少了计算量,降低了计算成本,但某些部位的分析精度就会较差,因此目前大多数研究者是根据轮胎的工作特点及结构特点采用多种单元相结合使用的方法,其中最常见的是将三维体单元和壳单元结合使用。据文献^[6]记载,这种方法在有限元分析轮胎模型时获得了十分精确的结果。虽然采用了多种方式方法,但是我们所研究问题

的规模仍然是十分巨大的,为了减小规模,更方便地利用微机分析问题,我们应用八节点六面体单元结合六节点五面体单元对 185/80R15 轻载子午线轮胎进行了分析,选取的形函数大致如下:

八节点六面体单元:

$$N_i = 0.125(1.0 + \xi_i \xi + \eta_i \eta + \zeta_i \zeta) \\ (i = 1, 2, \dots, 8)$$

六节点五面体单元:

$$N_i = 0.5 L_i (1.0 + \zeta_i \zeta) \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$N_i = 0.5 L_{(i-3)} (1.0 + \zeta_i \zeta) \quad (i = 4, 5, 6)$$

6)

其中 L 为六节点五面体单元三角形的面积坐标,且有 $L_1 + L_2 + L_3 = 1$, 两种单元形状如图 5 所示。

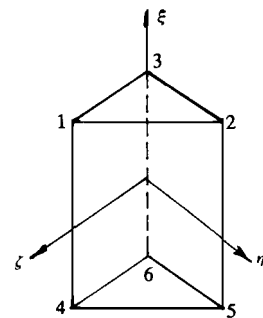
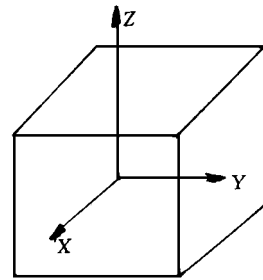


图 5 三维六面体和五面体单元示意图

鉴于所研究问题的规模较大,在利用微机处理时为了尽可能地少占用计算机内存,减少对计算机内存的过分依赖,良好的算法也是顺利解决问题的关键所在。根据有关文献^[7]介绍和实际比较,我们选用波前法对形成的方程组求解。

波前法

在三维有限元分析中,自由度多,微机求解必须有大量内存。由于计算机内存的限制,通常使用的直接求逆法和对称分解法所能解决问题的规模便受到了严格限制。为了有效利用计算机外存设备和数据内外交换技术,解决计算机内存不足的问题,人们提出了波前法。波前法的主要思想是组装方程的同时消去变量,当方程系数完全由全部有关单元的基值组装后立即消去相应的变量。具体而言,波前法即是在由单元结点平衡方程组装成整个结构的结点平衡方程的过程中,将有关系数存到内存时不是按结构的自由度顺序安排内存空间,而是按单元的自由度顺序进行安排,而且当某一自由度的平衡方程完全组装以后,就立即消去自由度的变量,并将约简方程存到外存储器中,空出该约简方程所占的内存单元,提供给新的自由度平衡方程进行存储。由此可见,用波前法在内存中不会形成完整的结构刚度矩阵。另外,由于总刚度矩阵的对称性,以及消元过程中仍保持对称性,因此在任何给定时刻,只需存储总刚度矩阵的上三角部分元素,这样便可大大降低求解时对内存的需要。通过采取多种方法,我们的分析取得了一定的成果。

对轮胎结构进行有限元分析时,存在的另一个难点是,如何建立模型有限元方程才能尽可能全面真实地反映轮胎的实际情况。目前国内在处理静态对称负荷和非对称负荷时一般是应用大变形有限元的基本公式进行描述的,这种描述往往忽略了轮胎变形过程中的耗散效应及轮胎变形对压力变化的影响等。

在考虑轮胎的稳态粘弹性分析中还必须对阻力矩、摩擦力等进行描述。如何通过方程及各种条件真实反映这些因素对有限元分

析结果的精确度影响也是很重要的,同时也是分析中的一个难点。

利用有限元法对轮胎结构进行分析时,还有一点值得注意的是轮胎的变形存在一种所谓的慢硬化特征,即在相同的载荷增量下,轮胎的变形增量会越来越小。为此,前几步加载时,加载步长不宜过大,否则会引起网络翻转,出现雅可比矩阵非正定,这与前面所述的处理间隙单元的方法基本是一致的。

2 结语

上面所述的是我们认为在利用有限元分析轮胎结构时所必须注意且值得进一步加深的几个方面,妥善地解决好这些问题将会进一步提高有限元分析结果在轮胎结构设计中的应用水平。当然在有限元分析中还存在着不少对分析具有较大影响的因素,本文不再阐述。

参考文献

- 1 Ridha R A. Computation of stresses, strains and deformations of tire. *Rubber Chemistry and Technology*, 1980; 53(4): 849—898
- 2 Parhizgar S, Weissman E M and Chen C S. Determination of stiffness properties of single-ply cord-rubber composites. *Tire Science and Technology*, 1988; 16(2): 118—126
- 3 Cemkrola R J and Dudek T J. Cord/rubber material properties. *Rubber Chemistry and Technology*, 1985; 58(4): 830—856
- 4 刘文宁等. 轮胎结构分析计算中的几个问题的研究. *轮胎工业*, 1991; (7): 3—7
- 5 Tseng N T, Pelle R G and Chang J P. Finite element simulation of tire-rim interface. *Tire Science and Technology*, 1989; 17(4): 305—325
- 6 Faria L O, Oden J T, Yavari B *et al.* Tire modeling by finite element. *Tire Science and Technology*, 1992; 20(1): 33—56
- 7 姜晋庆, 张 铎. 结构弹塑性有限元分析法. 北京: 宇航出版社, 1990; 195—221